

Конкурс “Від задачок до задач”

Третій тур (задачі 11 — 15)

Розділ ведуть Олександр Бедов та Ігор Гольдштейн¹

11. Яких трикутників з цілими довжинами всіх сторін більше:
 - а) з периметром 2011 чи з периметром 2014?
 - б) з периметром 2012 чи з периметром 2015?
12. Доведіть, що серед будь-яких 50 натуральних чисел від 1 до 100, жодні два з яких в сумі не дають 100, є повний квадрат.
13. Сторони трикутника — послідовні натуральні числа, а радіус вписаного кола дорівнює 4. Знайдіть радіус описаного кола.
14. Мешканці квартир, що виходять на одну площадку, вирішили зробити нові номери квартир. Їм потрібні 7 цифр, виготовлення кожної з яких коштує стільки гривень, скільки значить цифра (нулі виготовляють безкоштовно). Мешканці зібрали по 3 гривні з кожної квартири, і їм цього вистачило. Які цифри було замовлено?
15. Доведіть, що при жодному цілому значенні q рівняння $x^2 + 7x - 14(q^2 + 1) = 0$ не має цілих коренів.

¹вчителі математики ліцею “Наукова зміна”