

1. Знайти головні напрямки і головні значення для тензора другого рангу, що задається матрицею

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Знайти головні напрямки і головні значення для тензора другого рангу, що задається матрицею

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Дана плоска течія нестисливої рідини $v_1 = A(x_1^2 - x_2^2)/r^4$, $v_2 = A(2x_1x_2)/r^4$, $v_3 = 0$, де $r^2 = x_1^2 + x_2^2$. Довести, що таке поле швидкостей задовольняє умові нерозривності.

4. Підрахувати тричлен Бернуллі для течії ідеальної нестисливої рідини, що має поле швидкості $v_x = -ky$, $v_y = kx$, $v_z = k\sqrt{z^2 - 2(x^2 + y^2)}$.

5. Задане поле швидкості рідини $v_x = \frac{x}{b+t}$, $v_y = \frac{2y}{b+t}$, $v_z = \frac{3z}{b+t}$. Знайти поле прискорення та рівняння ліній течій.

6. Чи може ідеальна рідина мати поле швидкості $v_x = \lambda\beta z$, $v_y = -\lambda\alpha z$, $v_z = \alpha y - \beta x$.

7. Задане поле масових сил

$$X = A(y^2 + 2\lambda yz + z^2), Y = A(z^2 + 2\mu zx + x^2), Z = A(x^2 + 2\nu yx + y^2).$$

При яких значеннях сталих можлива рівновага?

8. Показати, що течія ідеальної нестисливої рідини, яка описується потенціалом швидкості

$$\varphi = \frac{1}{2} \ln \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}, \text{ можлива.}$$

9. Поле швидкості суцільного середовища має вигляд

$$u = k_1(t)x, v = k_2(t)y, w = k_3(t)z$$

Знайти тензор швидкості деформації, вектор і тензор вихору швидкості.

10. Підрахувати тричлен Бернуллі для течії ідеальної нестисливої рідини, що має поле швидкості $v_x = -ky$, $v_y = kx$, $v_z = k\sqrt{z^2 - 2(x^2 + y^2)}$.

11. Визначити розташування і характер особливостей, що дають течію, комплексний потенціал якої має вигляд $W = a \ln(z - \frac{c^2}{z}) (a > 0)$

12. Дослідити рух, що визначається потенціалом швидкості

$$\varphi = ax(x^2 - 3y^2) (a > 0)$$

13. В точці тіла $(E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \nu = 0,3)$ напружений стан задан

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 120 & 0 & 0 \\ 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & -90 \end{pmatrix}.$$

Визначити повну питому енергію деформації, енергію зміни об'єму та енергію зміни форми.

14. Напружений стан у точці тіла, що деформується ($E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \nu = 0,3$)

заданий тензором напружень

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 4a & 0 & 0 \\ 0 & 2a & 0 \\ 0 & 0 & -3a \end{pmatrix}$$

Визначити повну питому енергію деформації, енергію зміни об'єму та енергію зміни форми.

15. Знайти головні напруження тензора

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -12 \\ 0 & -12 & 1 \end{pmatrix}$$

16. Для симетричного тензора знайти головні значення

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 3 & 7 & 4 \\ 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$