

Завдання дистанційного туру олімпіади з математики  
Київського національного університету імені Тараса Шевченка

( для вступників 2021 року)

1. Розкласти на множники вираз

$$a^2b + ab^2 + a^2c + ac^2 + b^2c + bc^2 + 2abc.$$

2. Побудувати графік функції

$$y = |x^3 - 3x| + x^3 - 21x.$$

3. Розв'язати нерівність  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+6} < 5$ .

4. Сума першого та п'ятого членів арифметичної прогресії дорівнює 26. Добуток другого та четвертого членів цієї прогресії дорівнює 160. Визначити суму перших 10 членів прогресії.

5. Розв'язати рівняння  $\sin^6 x + \cos^6 x = 0,25$ .

6. Знайти множину значень функції:

а)  $y = 5\sin 3x - 12\cos 3x$ ,

б)  $y = 4^x - 2 \cdot 16^x$ .

7. На бічних сторонах  $AB$  і  $BC$  рівнобедреного трикутника  $ABC$ , у якому величина кута  $B$  дорівнює  $20^\circ$ , вибрано точки  $D$  та  $E$  так, що  $AD = BE = AC$ . Знайти величину кута  $BDE$ .

8. Задано правильну трикутну призму зі стороною основи  $a$  і висотою  $H$ . Обчислити площу перерізу призми площиною, яка проходить через сторону нижньої основи та протилежну до цієї сторони вершину верхньої основи призми.

9. Визначити значення параметра  $a$ , при яких обидва розв'язки рівняння

$$x^2 - \frac{8a}{a+1}x + a^2 = 0$$

є дійсними додатними числами.