

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вейвлет-аналіз та його статистичні застосування.  
Стохастичний аналіз

для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	112 «Статистика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Статистика»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	8
Кількість кредитів ECTS	6
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	залік

Викладачі: професор Мішура Ю.С., д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри теорії ймовірностей та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

КИЇВ – 2020

Розробник: професор Мішура Ю.С., д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри теорії ймовірностей та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО  
Зав. кафедри  
теорії ймовірностей,  
статистики та актуарної математики  
Галл Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 28.08.2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії Ol професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями вейвлет аналізу як багаторівневий аналіз та вейвлет базис. Студент має познайомитись з принципами побудови  $f$ -вейвлетів та  $m$ -вейвлетів, оволодіти технікою побудови вейвлетів за допомогою базисів Рісса та «маски», навчитись знаходити швидкість збіжності вейвлет розкладів, навчитись застосовувати вейвлет аналіз до задач математичної статистики. Крім того, студент має ознайомитись та оволодіти основними положеннями та методами сучасної конструктивної теорії випадкових процесів, опанувати застосування цих методів до розв'язання типових задач.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

*Відсутні*

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Вейвлет-аналіз та його статистичні застосування. Стохастичний аналіз» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 112 Статистика освітньої програми «Статистика».

Дана дисципліна є вибірковою.

Вейвлет аналіз – це нова цікава галузь математики. Вейвлет аналіз вивчає умови, за яких функції можуть бути зображені в ряди по базисам вейвлетів, тобто по ортогональним системам, що породжуються лише однією функцією. Вейвлет зображення застосовуються в суміжних областях математики, зокрема, в математичній статистиці та теорії випадкових процесів. Крім того вейвлет зображення ефективно використовуються на практиці. Наприклад, при записі інформації, звуку чи зображення. Виявилось, що запис та збереження інформації за допомогою вейвлетів набагато ефективніший ніж інші методи, наприклад, використання зображень за допомогою рядів Фур'є. Ефективно використовуються вейвлети також при кодуванні інформації.

Стохастичний аналіз включає в себе основні положення конструктивної теорії випадкових процесів та їх застосування до моделювання та дослідження основних класів випадкових процесів.

Викладається у 8 семестрі в обсязі 180 год. (*6 кредитів ECTS<sup>1</sup>*) зокрема: *лекції – всього 26 год, практичні 28 год., самостійна робота – 122 год.* У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна заліком у восьмому семестрі.

**4. Завдання (навчальні цілі):** формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-3).
2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-4).
3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-5).
4. Здатність спілкуватися українською мовою як усно, так і письмово (ЗК-6).
5. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-9).
6. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК-10).

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

7. Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-11).
8. Здатність працювати автономно (ЗК-14).
9. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків. (ЗК-15).
10. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт (ЗК-16).
11. Здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів). (ЗК-17).
12. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків (СК-3).
13. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання (СК-4).
14. Здатність до кількісно-статистичного мислення (СК-5).
15. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних (СК-7).
16. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати (СК-10).
17. Здатність подавати статистичні процедури та результати їхнього застосування у формі, придатній для цільової аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово (СК-13)
18. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності (СК-14).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати основи теорії просторів Банаха та Гільберта, основи теорії рядів Фур'є та властивості перетворень Фур'є	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Залік, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	5%
РН 1.2	Знати поняття багаторівневого аналізу, методи побудови m-вейвлетів та f-вейвлетів			10%
РН 1.3	Знати поняття базису Рісса, теорію апроксимаційних ядер			5%
РН 1.4	Знати як оцінювати щільність розподілів випадкових величин та спектральні щільності випадкових стаціонарних процесів з дискретним спектром застосовуючи вейвлет аналіз			10%
РН 1.5	Знати як зображати стаціонарні процеси у вигляді рядів з некорельованими коефіцієнтами, будувати моделі гауссових процесів			5%
РН 1.6	Знати основи інтегрування за стохастичними мірами з ортогональними значеннями, основи теорії стохастичного інтегралу Іто та теорії стохастичних диференціальних рівнянь Іто			10%
РН 1.7	Знати півгрупову теорію процесів Маркова та теорію дифузійних процесів			5%
РН 2.1	Вміти будувати базиси вейвлетів на основі			<i>Практичне</i>

	базисів Добеші та Батл-Лемарі та знаходити зображення функцій по вейвлет базисам, знаходити швидкість збіжності вейвлет зображень			
PH 2.2	Вміти будувати оцінки щільностей розподілів конкретних випадкових величин	<i>заняття, самостійна робота</i>	<i>робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях залік, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	5%
PH 2.3	Вміти будувати оцінки спектральних щільностей стаціонарних процесів з дискретним спектром з заданою точністю та надійністю			5%
PH 2.4	Вміти моделювати гауссові стаціонарні процеси з заданою надійністю та точністю в деяких функціональних просторах			10%
PH 2.5	Вміти застосовувати методи стохастичного числення до аналізу ймовірнісних моделей			5%
PH 2.6	Вміти вибирати і застосовувати стандартні схеми та методи стохастичного числення для розв'язання прикладних задач та задач конструктивної теорії випадкових процесів.			10%
PH 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування			<i>Практичне заняття</i>
PH 3.2	Вироблення навиків командної роботи	<i>Практичне заняття</i>	<i>активна робота практичних заняттях, усні відповіді</i>	2.5%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	PH 1.1	PH 1.2	PH 1.3	PH 1.4	PH 1.5	PH 1.6	PH 1.7	PH 2.1	PH 2.2	PH 2.3	PH 2.4	PH 2.5	PH 2.6	PH 3.1	PH 3.2
<b>Програмні результати навчання</b>															
<b>PH-1</b> - Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та, принаймні, однією з іноземних мов	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>PH-6</b> - Володіти знаннями та вміннями з імовірнісних і статистичних розділів математики: побудова ймовірнісних просторів, обчислення ймовірностей подій та характеристик випадкових величин і векторів, граничні теореми, характеристики випадкових процесів, оцінювання характеристик сукупностей на основі спостережень, формулювання та перевірка статистичних гіпотез	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>PH-8</b> - Вміти працювати з різними типами збіжності випадкових величин та розподілів, користуватися граничними законами теорії ймовірностей	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>PH-9</b> - Вміти визначати числові та якісні характеристики випадкових подій, величин, елементів, процесів	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>PH-18</b> - Вміти застосовувати ймовірнісно-статистичні моделі та	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

методи для розв'язання прикладних проблем і задач.																			
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, – 10 балів/6 балів;
2. Контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3 – 20 балів/12 балів;
3. Контрольна робота 2: РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН2.4, РН2.5, РН2.6 – 20 балів/12 балів;
4. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН3.1, РН3.2 – 10 балів/5 балів;
5. Підсумкова комплексна контрольна робота (всі РН). 40/25.  
Разом 100/60

### 7.2. Організація оцінювання:

Підсумкова оцінка визначається як сума оцінок/балів за всіма, успішно оціненими, результатами навчання. Оцінки нижче від мінімального порогового рівня до підсумкової оцінки не додаються. Студенти, які за всіма успішно складеними формами контролю набрали менше 60 балів, для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

#### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: на 6-му тижні навчального періоду.
2. Контрольна робота 2: на 12-му тижні навчального періоду.
3. Підсумкова модульна контрольна робота: на останньому тижні семестру

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Зараховано / Passed</b>	60-100
<b>Не зараховано / Fail</b>	0-59

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1 „Основи вейвлет-аналізу.”</b>						
1	Багаторівневий аналіз	2	2	8		
2	Функції, що породжують багаторівневий аналіз в $L_2(\mathbb{R})$	2	2	8		
3	Побудова $m$ -вейвлетів	2	2	8		
4	Побудова базисів вейвлетів на основі базисів Рісса	2	2	10		
5	Побудова базисів вейвлетів за допомогою «маски». Швидкість збіжності вейвлет розкладів	2	3	12		
7	Оцінювання щільності розподілу випадкових величин	2	2	10	2	
<b>Змістовий модуль 2 „Стохастичний аналіз”</b>						
8	Інтегрування не випадкових функцій за ортогональною випадковою мірою	2	2	8		
9	Зображення випадкових процесів у вигляді рядів по вейвлет базисам	2	2	8		
10	Зображення стаціонарних процесів у вигляді рядів з некорельованими коефіцієнтами.	2	3	12		
12	Стохастичні міри з ортогональними значеннями, теорема Карунена	2	2	10		
13	Півгрупова теорія процесів Маркова.	2	2	8		
14	Стохастичний інтеграл Іто,	2	2	10		



	формула Іто.					
15	Стохастичні диференціальні рівняння Іто та дифузійні процеси	2	2	10		
8	Наближене розв'язування стохастичних диференціальних рівнянь	2	2	8	2	
Всього годин за I семестр		26	28	122	4	

**Загальний обсяг 180 годин, у тому числі:  
лекції – 26 годин,  
практичні заняття – 28 годин,  
консультації – 4 години,  
самостійна робота – 122 години.**

## **9. Рекомендовані джерела**

### **Основні:**

1. Ю.В.Козаченко, Лекції з вейвлет аналізу, ТВіМС, 2004 р.
2. К.Чуи, Введение в вейвлет, «Мир» Москва, 2001 г.
3. И.Добеши, Десять лекций по вейвлетам, РХД, Москва-Ижевск, 2001 г.
4. В.О.Геранін, Л.Д.Писаренко, Я.Я.Рушицький, Теорія вейвлетів з елементами фрактального аналізу, ВПФ, Укр ІНТЕІ, Київ, 2002 р
5. І.В.Дарійчук, Ю.В.Козаченко, М.М.Перестюк, Випадкові процеси з просторів Орліча, «Золоті литаври», Чернівці, 2011 р., 212с.
6. М.В.Карташов, Імовірність, процеси, статистика, «Київський університет», 2007 р., 497с.
7. И.И.Гихман, А.В.Скорород, Введение в теорию случайных процессов, М., 1977, 568 с.
8. Д.В.Гусак, О.Г.Кукуш, О.М.Кулик, Ю.С.Мішура, А.Ю.Пилипенко, Збірник задач з теорії випадкових процесів та її застосувань, К. 2008, 398 с.

### **Додаткові:**

1. В.Феллер, Введение в теорию вероятностей и ее приложения, в 2-х т., М. 1964, 498с.; 1967, 752 с.
2. А.В.Булинский, А.Н.Ширяев, Теория случайных процессов, М. 2003, 400с.
3. А.В.Скорород, Лекції з теорії випадкових процесів, К.1990, 164 с.
4. Ю.А.Розанов, Стационарные случайные процессы, М. 1990, 284 с.
5. Дж.Л.Дуб, Вероятностные процессы, М., 1956, 605с.
6. И.И.Гихман, А.Н.Скорород, М.И.Ядренко, Теория вероятностей и математическая статистика, «Выща школа», Киев, 1988 г., 440с.
7. Дынкин Е.Б., Юшкевич А.А. Теоремы и задачи о процессах Маркова. - М.: Наука, 1967. - 232 с.
8. Спитцер Ф. Принципы случайного блуждания. М.: Мир, 1984 – 472 с.