

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра геометрії, топології і динамічних систем



«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

«*серпень*» 2020 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Функціональний аналіз
для студентів**

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Комп'ютерна математика»
вид дисципліни	обов'язкова
	Форма навчання денна
	Навчальний рік 2020/2021
	Семестр 7
	Кількість кредитів ECTS 6
	Мова викладання, навчання та оцінювання українська
	Форма заключного контролю іспит

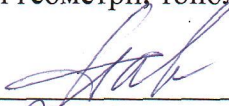
Викладач: Городній Михайло Федорович, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри геометрії, топології і динамічних систем

Пролонговано: на 20*24*/20*22* н.р. *О.М. Харитонов* «*31*» *08* 20*24* р.
на 20 /20 н.р.) « » 20 р.

КИЇВ – 2020

Розробник: Городній Михайло Федорович, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри геометрії, топології і динамічних систем

ЗАТВЕДЖЕНО
Зав. кафедри геометрії, топології і динамічних систем




(підпис) Парасюк І.О.

Протокол № 1 від 28.08 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії 

(підпис) професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

Мета дисципліни – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями функціонального аналізу, зокрема властивостями мір, інтеграла Лебега, лінійних нормованих та гільбертових просторів, лінійних неперервних функціоналів та операторів

1. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основні поняття та методи математичного аналізу і лінійної алгебри.
2. *Вміти:* здійснювати операції з множинами, досліджувати на збіжність послідовності в основних метричних просторах та числові ряди, виконувати дії з матрицями.

3. Анотація навчальної дисципліни (до 700 символів):

Навчальна дисципліна «Функціональний аналіз» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «Комп'ютерна математика». Дана дисципліна є обов'язковою. Дисципліна «Функціональний аналіз» вивчає основні класи множин; означення і властивості міри, вимірних функцій, інтеграла Лебега; банахові та гільбертові простори; лінійні неперервні функціонали та оператори. Матеріал курсу використовується при вивченні таких дисциплін як математична фізика, динамічні системи, теорія ймовірностей та ін.

Викладається у 7 семестрі 4 курсу в обсязі 180 год. (6 кредитів ECTS¹) зокрема: лекції – 28 год., практичні 28 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 122 год. У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна іспитом.

Завдання (навчальні цілі):

формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- 4) Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій;
- 5) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- 6) Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
- 7) Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- 8) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);
- 9) Здатність працювати автономно;
- 10) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя;
- 11) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 12) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу;
- 13) Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- 14) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
- 15) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- 16) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
- 17) Здатність до кількісного мислення;
- 18) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- 19) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
- 20) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- 21) Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символних розрахунків;
- 22) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
- 23) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 24) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних;
- 25) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі;
- 26) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація.)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати означення і властивості основних класів множин	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, усні відповіді</i>	35 %
РН 1.2	Знати означення міри та її властивості			
РН 1.3	Знати означення і властивості вимірних функцій			
РН 1.4	Знати означення і властивості інтеграла Лебега			
РН 1.5	Знати означення і основні приклади банахових і гільбертових просторів			
РН 1.6	Знати означення і властивості лінійних неперервних функціоналів та операторів			
РН 1.7	Знати означення і властивості спектра лінійного неперервного оператора			
РН 2.1	Вміти визначати міри множин в різних випадках	<i>Лекція, практичне</i>	<i>Контрольна робота 1 (60%)</i>	60 %

PH 2.2	Вміти обчислювати інтеграл Лебега в різних випадках		заняття, самостійна робота	правильних відповідей), виконання завдань, винесених на самостійну роботу) Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях, іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	
PH 2.3	Вміти обґрунтовувати збіжність майже скрізь або за мірою послідовності функцій				
PH 2.4	Вміти обґрунтовувати граничний перехід в інтегралі Лебега				
PH 2.5	Вміти досліджувати збіжність послідовностей в лінійних нормованих просторах, перевіряти щільність та тотальність множин				
PH 2.6	Вміти знаходити норму лінійного неперервного функціонала або оператора				
PH 2.7	Вміти досліджувати компактність та знаходити спектр оператора				
PH 3.1	Вироблення навиків командної роботи	Лекція, практичне заняття, самостійна робота	активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді	5 %	

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами

Результати навчання дисципліни	PH 1.1	PH 1.2	PH 1.3	PH 1.4	PH 1.5	PH 1.6	PH 1.7	PH 2.1	PH 2.2	PH 2.3	PH 2.4	PH 2.5	PH 2.6	PH 2.7	PH 3.1
Програмні результати навчання															
(з опису освітньої програми)															
PH-1 - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+	
PH-3 - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;	+	+	+	+		+	+	+		+	+	+	+		+
PH-4 - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;	+	+	+		+	+	+					+			
PH-10 - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно			+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+

переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями ;																		
РН-11 - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей	+	+						+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
РН-12 - Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації				+	+	+	+		+	+					+	+	+	+
РН-15 - Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур		+	+		+	+			+						+		+	
РН-16 - Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем				+	+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	
РН-21 - Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів						+	+	+	+	+					+	+	+	

7. Схема формування оцінки (максимальна кількість балів: 100 балів)

7.1. Форми оцінювання студентів

- оцінювання впродовж навчального періоду:

максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 60 балів.

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7, РН3.1 – 3 бали/2 бали;

2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7 – 12 балів/8 балів

3. Колоквіум: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 8 балів/4 бали;

Модульна контрольна робота 1: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4 – 12 балів/7 балів;

4. Модульна контрольна робота 2: РН2.5, РН2.6, РН2.7 – 20 балів/11 балів;

6. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7, РН3.1 – 5/3 бали.

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7;

- форма проведення і види завдань: письмово-усна.

7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекції передбачає правильні відповіді на питання лектора щодо матеріалу, який вивчався раніше, та питання, які дозволяють краще зрозуміти нові поняття або методи доведення тверджень що розглядаються.

Самостійна робота передбачає вивчення лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань.

Колоквіум проводиться в час після занять в письмово-усній формі.²

² Допускається оцінювання за допомогою технологій дистанційного навчання

Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів, ніж рекомендований мінімум 35 балів, для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та додатково здати домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових на іспиті – 24 бали, тобто якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 9 балів. Додатково від 0 до 4 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота №1: на 5-му тижні семестру.
2. Модульна контрольна робота №2: на 9-му тижні семестру.
3. Колоквіум; на 7 тижні семестру.
3. Оцінювання завдань самостійної роботи за РН2.1, РН2.2 на 4-му тижні, за РН2.3, РН2.4 на 8 тижні, за РН2.5, РН2.6 на 10 тижні, за РН2.3, РН2.4 на 12 тижні семестру.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми I семестр	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Модульна контрольна	Інші форми контролю
Змістовий модуль 1 „Основи теорії міри та інтеграла Лебега”						
1	Основні класи множин. Міра.	4	4	22		
2	Вимірні функції. Інтеграл Лебега. Теорема про граничний перехід.	6	6	24	2	Колоквіум 2
Змістовий модуль 2 „Простори, функціонали, оператори”						
3	Лінійні нормовані та гільбертові простори	6	6	24		
4	Лінійні неперервні функціонали та оператори	8	8	30		
5	Компактні оператори. Елементи спектральної теорії.	4	4	22	2	
Всього годин за I семестр		28	28	122		

Загальний обсяг 180 годин, у тому числі:
лекції – 28 годин,
практичні заняття – 28 годин,
консультації – 2 години,
самостійна робота – 122 години.

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Березанский Ю. М., Ус Г.Ф., Шефтель З. Г. Функциональный анализ. Курс лекций. — К.: Выща школа, 1990.— 600 с.
2. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. — К.: Факт, 2007. — 164 с.
3. Халмош П. Теория меры. — М.: Изд-во „Факториал-пресс”, 2003. — 256 с.
4. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1984.
5. Городній М.Ф., Константинов О.Ю., Нестеренко О.Н., Чайковский А.В. Навчальні завдання до практичних занять з функціонального аналізу. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2006.
6. Завдання до практичних занять з теорії міри та інтеграла для студентів спеціальностей „математика і „статистика” механіко-математичного факультету / Укладачі А.Я.Дороговцев, С.Д.Івасішен, О.Ю.Константинов, О.Г.Кукуш, О.О.Курченко, О.Н.Нестеренко, Т.О.Петрова, А.В.Чайковський. — К.: ВПЦ „Київський університет”, 2003. — 89 с.

Додаткові:

1. Методы решения задач по функциональному анализу: Учебное пособие / В.В.Городецкий, Н.И.Нагнибида, П.П.Настасиев. — К.: Выща школа., 1990. — 479 с.
2. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной.— М.: Наука, 1974. — 480 с.

3. Партасарати К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983.— 344 с.
4. Константинов О.Ю., Мішура Ю.С., Нестеренко О.Н., Чайковський А.В. Збірник задач з функціонального аналізу. Банахові простори. Гільбертові простори. Спряжені простори. Теорія операторів. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2004.
5. Константинов О.Ю., Кукуш О.Г., Мішура Ю.С., Нестеренко О.Н., Чайковський А.В. Збірник задач з функціонального аналізу. Компактні оператори. Інтегральні рівняння. Узагальнені функції. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2005.
6. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. — М.: Наука, 1988.

