

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра алгебри і комп'ютерної математики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана  
з навчальної роботи

Харитонов О.М

« 31 серпня » 2020 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Комбінаторний аналіз**

для студентів

|                  |                               |
|------------------|-------------------------------|
| галузь знань     | 11 «Математика та статистика» |
| спеціальність    | 111 «Математика»              |
| освітній рівень  | перший (бакалавр)             |
| освітня програма | «Комп'ютерна математика»      |
| вид дисципліни   | обов'язкова                   |

|   |            |
|---|------------|
| Форма навчання                          | денна      |
| Навчальний рік                          | 2020/2021  |
| Семестр                                 | 3          |
| Кількість кредитів ECTS                 | 4          |
| Мова викладання, навчання та оцінювання | українська |
| Форма заключного контролю               | залік      |

Викладачі: Лавренюк Ярослав Васильович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри алгебри і комп'ютерної математики.

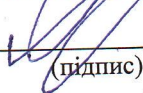
Пролонговано: на 20~~21~~/20~~22~~ н.р. ( ) « 31 » 20~~21~~ р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

**КИЇВ – 2020**

Розробник Лавренюк Я.В., д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри алгебри і комп'ютерної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО

Зав. кафедри алгебри і комп'ютерної математики

  
\_\_\_\_\_


(підпис)

Петравчук А.П.

Протокол № 1 від 14.08 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2020 року № 4

Голова науково-методичної комісії   
\_\_\_\_\_ професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** – ознайомлення та оволодіння сучасними методами дискретної теорії ймовірностей, теорії графів та комбінаторики, а також теоретичними положеннями та основними застосуваннями цих теорій в різних задачах математики, програмування та комп'ютерних наук.

**2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни:**

1. *Знати* основні поняття, факти і теореми дискретної математики (комбінаторика, теорія графів), основні навички з програмування.

2. *Вміти* активно використовувати та творчо застосовувати зазначені вище знання в процесі опрацювання матеріалу курсу «Комбінаторний аналіз».

3. *Володіти елементарними навичками* роботи з множинами, функціями.

**3. Анотація навчальної дисципліни.**

Навчальна дисципліна «Комбінаторний аналіз» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «Комп'ютерна математика». Дана дисципліна є обов'язковою. В курсі «Комбінаторний аналіз» висвітлюються відомості, поняття, факти дискретної теорії ймовірностей, теорії графів та комбінаторики. Зокрема, розглядаються: Базові поняття теорії ймовірностей, умовна ймовірність, формула Байєса, дискретні випадкові величини, схема випробувань Бернуллі, розподіли, математичне сподівання і дисперсія дискретних випадкових величин, твірні функції (генератриса), ряди Діріхле, мультиплікативна згортка, дзета-функція Рімана, мультиплікативні функції, планарні граfi, теорема Ойлера, властивості та критерії планарності, розфарбування графів, теорема Холла.

Викладається у 3 семестрі 2 курсу в обсязі **120 год.** (*4 кредити ECTS<sup>1</sup>*) зокрема: *лекції – всього 28 год., практичні 28 год., консультації 4 год., самостійна робота – 60 год.* У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна заліком у третьому семестрі.

**4. Завдання (навчальні цілі):** формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1);
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2);
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-3);
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-7);
- 5) Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-9);
- 6) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань) (ЗК-11);
- 7) Здатність працювати автономно (ЗК-12);
- 8) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства,

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя (ЗК-15).

9) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-16);

10) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу (ЗК-17);

11) Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (СК-1);

12) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (СК -2);

13) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (СК -3);

14) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих (СК -4);

15) Здатність до кількісного мислення (СК-5);

16) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (СК-6)

17) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей (СК-7);

18) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (СК-8);

19) Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символних розрахунків (СК-10);

20) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики (СК-11);

21) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (СК-12);

22) Здатність формулювати складні задачі оптимізації та прийняття рішень й інтерпретувати їхні розв'язки в оригінальному контексті цих задач (СК-13);

23) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних (СК-14);

24) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі (СК-15);

25) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків (СК-16).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

| Результат навчання<br>(1. знати; 2. вміти; 3. комунікація;<br>4. автономність та відповідальність) | Форми (та/або<br>методи і технології)<br>викладання і | Методи<br>оцінювання та<br>пороговий | Відсоток<br>у підсум-<br>ковій |
|--|---|--------------------------------------|--------------------------------|
|--|---|--------------------------------------|--------------------------------|

| <b>Код</b> | <b>Результат навчання</b>   | <b>навчання</b>                          | <b>критерій оцінювання за необхідності</b>  | <b>оцінці з дисципліни</b> |
|------------|---|--|---|----------------------------|
| 1.1        | Знати базові поняття теорії ймовірностей, зокрема такі поняття як стохастичний експеримент, елементарна подія, простір елементарних подій, випадкові події, ймовірність, умовна ймовірність, незалежні події, формула Байєса. | лекція, самостійне опрацювання           | Залік, контрольна робота №1, опитування під час практичних занять                                   | 10%                        |
| 1.2        | Знати основні поняття пов'язані з дискретними випадковими величини, схемою випробувань Бернуллі, розподілом, математичним сподіванням і дисперсією дискретних випадкових величин  | лекція, самостійне опрацювання           | Залік, контрольна робота №1 опитування під час практичних занять                                    | 10%                        |
| 1.3        | Знати поняття генератриси, згортки, рядів Діріхле, мультиплікативної згортки, дзета-функції Рімана, мультиплікативної функції   | лекція самостійне опрацювання            | Залік, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять                                    | 10%                        |
| 1.4        | Знати основні поняття пов'язані з планарними графами, розфарбуванням графів   | лекція, самостійне опрацювання           | Залік, контрольна робота №2, опитування під час практичних занять                                   | 5%                         |
| 2.1        | Уміти визначати елементарні події, знаходити ймовірності та умовні ймовірності, застосовувати формулу Байєса.   | Практичне заняття самостійне опрацювання | перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, модульна контрольна робота №1, залік | 15%                        |
| 2.2        | Уміти знаходити розподіл, математичне сподівання і дисперсією дискретних випадкових величин   | практичне заняття самостійне опрацювання | перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, модульна контрольна робота №1, залік | 20%                        |
| 2.3        | Уміти обчислювати генератриси, знаходити згортки і мультиплікативні згортки, визначати чи буде функція мультиплікативною.   | Практичне заняття самостійне опрацювання | перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, модульна контрольна робота №2, залік | 15%                        |
| 2.4        | Уміти визначати чи буде граф  | практичне заняття                        | перевірка   |                            |

|     |  |  |  |      |
|-----|--|--|--|------|
|     | планарним, уміти розв'язувати задачі пов'язані з розфарбування графів  | самостійне опрацювання                       | індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №2, залік | 10%  |
| 3.1 | Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій | Лекція, практичне заняття, самостійна робота | активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді                    | 2.5% |
| 3.2 | Вироблення навиків командної роботи  | Лекція, практичне заняття, самостійна робота | активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді                    | 2.5% |

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни з програмними результатами

| Результати навчання дисципліни  | Р | Р | Р | Р | Р | Р | Р | Р | Р | Р |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н |
| <b>Програмні результати навчання</b>  | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
|   | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| <b>РН-1</b> - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;  | + | + | + | + | + |   |   |   | + | + |
| <b>РН-3</b> - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;  | + | + | + | + | + | + | + | + | + |   |
| <b>РН-4</b> - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;   | + | + | + | + | + | + | + | + | + |   |
| <b>РН-10</b> - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями; |   |   |   | + | + | + | + | + | + | + |
| <b>РН-11</b> - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;  |   |   |   |   | + | + | + | + | + |   |
| <b>РН-21</b> - Розв'язувати типові задачі   |   |   |   | + | + | + | + | + | + | + |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів; |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4 – 8 балів/4 бали;

2. Модульна контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН2.1, РН2.2 – 20 балів/12 балів;

3. Модульна контрольна робота 2: РН1.3, РН1.4 РН2.3 –20 балів/12 балів;

4. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН3.1, РН3.2, – 12 балів/7 балів;

#### - підсумкове оцінювання: залік.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4;

- форма проведення і види завдань: письмова робота.

### 7.2. Організація оцінювання:

Самостійна робота передбачає активну самостійну роботу по розв'язанню задач і по формулюванню основних теоретичних положень під час практичних занять, при цьому кожен студент отримує індивідуальне завдання, яке він повинен виконати за невеликий проміжок часу (складність завдання пропорційно відведеному часу).

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на заліку є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за залік не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною, тобто залік не зараховується.

#### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота №1: на 5-му тижні 1 семестру 2-го курсу.

2. Модульна контрольна робота №2: на 9-му тижні 1 семестру 2-го курсу.

3. Оцінювання завдань самостійної роботи за РН2.1 на 3-му тижні, за РН2.2 на 6 тижні, за РН2.3 на 12 тижні.

Форма заліку – письмово-усна. Білет складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за залік можна отримати від 0 до 40 балів.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

### 7.3 Шкала відповідності оцінок:

|                          |          |
|--------------------------|----------|
| Відмінно/ Excellent      | 90 – 100 |
| Добре/ Good              | 75 – 89  |
| Задовільно/ Satisfactory | 60 – 74  |
| Не задовільно/ Fail      | 0 – 59   |
| Зараховано/ Passed       | 60 – 100 |
| Не зараховано/ Fail      | 0 – 34   |

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

| № п/п   | Назва теми  | Кількість годин |                   |                |                     |                     |
|---|---|-----------------|-------------------|----------------|---------------------|---------------------|
|   |   | Лекції          | Практичні заняття | Самост. робота | Модульна контрольна | Інші форми контролю |
| <b>Змістовий модуль 1 „Дискретна теорія ймовірностей”</b>         |   |                 |                   |                |                     |                     |
| 1   | Основні поняття теорії ймовірностей   | 8               | 8                 | 12             |                     |                     |
| 2   | Дискретні випадкові величини  | 8               | 8                 | 18             | 2                   |                     |
| <b>Змістовий модуль 2 „Вибрані розділи дискретної математики”</b> |   |                 |                   |                |                     |                     |
| 3   | Генератриси, ряди Діріхле, мультиплікативна згортка, мультиплікативні функції | 8               | 8                 | 8              |                     |                     |
| 4   | Планарні графи, розфарбування графів, теорема Холла                           | 4               | 4                 | 8              | 2                   |                     |
| Всього годин  |   | 28              | 28                | 60             | 4                   |                     |

Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:

лекції – 28 годин,

практичні заняття – 28 годин,

консультації – 4 годин,

самостійна робота – 60 годин.

### 9. Рекомендовані джерела

#### Основні:

1. Ю.В. Боднарчук, Б.В. Олійник Основи дискретної математики. Київ: Видавничий дім “Києво-Могилянська академія” 2009.
2. Карташов М.В. "Ймовірність, процеси, статистика". Київ, Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 494 р. - 2007
3. R. Deistel Graph theory. Springer, 2016



4. М. Холл. Комбинаторика. – Москва: Мир, 1970.
5. О. Оре. Теория графов. – Москва: Мир, 196

**Додаткові:**

1. Ю.А. Дрозд Дискретна математика. Київ, 2004.
2. М.Й. Ядренко. Дискретна математика. – Київ: Експрес, 2003.
3. Р.Є. Ямненко Дискретна математика. Київ, 2010.
4. Ф.А. Новиков Дискретная математика (для программистов). Санкт-Петербург: Питер, 2000.
5. 2000.
6. R.L. Graham, D.E. Knuth, O. Patashnik Concrete Mathematics. Reading: Addison-Wesley
7. Publishing Company, 1994.
8. *Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн.* Алгоритмы: построение и анализ, 3-е издание = Introduction to Algorithms, Third Edition. — М.: «Вильямс», 2013. — 1328 с.