

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра математичної фізики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

«серпень» 2020 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Комплексний аналіз

для студентів

| | |
|------------------|-------------------------------|
| галузь знань | 11 «Математика та статистика» |
| спеціальність | 111 «Математика» |
| освітній рівень | перший (бакалавр) |
| освітня програма | «Комп'ютерна математика» |
| вид дисципліни | обов'язкова |

| | |
|--|------------|
| Форма навчання | денна |
| Навчальний рік | 2020/2021 |
| Семестр | 6 |
| Кількість кредитів ECTS | 5 |
| Мова викладання, навчання та оцінювання | українська |
| Форма заключного контролю | іспит |

Викладач: Верьовкіна Ганна Володимирівна, канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичної фізики

Пролонговано: на 20²¹/20²² н.р. *О. Харитонов* «31» 08 20²¹ р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2020

Розробник¹: Верьовкіна Ганна Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичної фізики.

ЗАТВЕДЖЕНО
Зав. кафедри
Математичної фізики



Самойленко В.Г.

Протокол № 1 від «28» 08 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол № 1 від «31» 08 2020р.

Голова науково-методичної комісії  _____ професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.
(підпис)

¹ Розробляється лектором. Робоча програма навчальної дисципліни розглядається на засіданні кафедри, науково-методичної комісії факультету/інституту, підписується завідувачем кафедри, головою науково-методичної комісії факультету/інституту і затверджується заступником декана/директора інституту з навчальної роботи.

1. Мета дисципліни (до 300 символів) – ознайомлення та оволодіння сучасними методами та положеннями теорії функцій комплексної змінної. Оволодіння основними методами побудови конформних відображень, інтегрування вздовж шляху, вивчення та застосування теорії лишків та вивчення поняття повної аналітичної функції.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основні поняття теорії функції комплексної змінної – комплексне число та дії на множині комплексних чисел, форми запису комплексних чисел, комплексна площина, сфера Рімана, нескінченно віддалена точка, область, функція комплексної змінної, диференціювання функції комплексної змінної, гармонічні функції, ряд, степеневий ряд, ряд Тейлора.
2. *Вміти:* визначати диференційованість функцій, досліджувати ряди на збіжність, будувати розвинення функцій в ряди.
3. *Володіти елементарними навичками:* виконувати дії на множині комплексних чисел, використовувати форми запису комплексних чисел, визначати похідні функцій.

3. Анотація навчальної дисципліни (до 700 символів):

Навчальна дисципліна «Комплексний аналіз» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньо-наукової програми «Комп'ютерна математика». У програмі дисципліни основна увага приділяється питанням визначення аналітичності функцій, побудові конформних відображень областей, побудові образів областей при вказаних конформних відображеннях, інтегруванню функції комплексної змінної вздовж кривої, побудові розвинення аналітичних функцій в ряди Тейлора та Лорана, визначення особливих точок аналітичних функцій та визначення типу особливостей, обчислення лишків функції в ізольованих особливих точках, застосування теорії лишків до обчислення інтегралів та сум, застосування теорії функцій комплексної змінної до розв'язання прикладних задач математики та механіки.

Дана дисципліна є обов'язковою.

Викладається у 6 семестрі 3 курсу в обсязі 150 год. (5 кредитів ECTS²) зокрема: лекції – всього 42 год., практичні – 28 год. консультацій – 4 год, самостійної роботи студентів – 76 год. У курсі передбачено 2 змістових модулі, 2 модульні контрольні роботи та колоквиум. Завершується дисципліна іспитом.

4. Завдання (навчальні цілі):

формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

² кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- 5) Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- 6) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);
- 7) Здатність працювати автономно;
- 8) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя;
- 9) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
- 10) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу
- 11) Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- 12) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
- 13) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- 14) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
- 15) Здатність до кількісного мислення;
- 16) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- 17) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
- 18) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- 19) Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символічних розрахунків;
- 20) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
- 21) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 22) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних;
- 23) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі;
- 24) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків;

5. Результати навчання за дисципліною:

| Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація) | | Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання | Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності) | Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни |
|---|---|--|--|--|
| Код | Результат навчання (Формуються розробником) | | | |
| РН 1.1 | Знати означення комплексного числа, стереографічної проекції, аналітичної (голоморфної) функції, конформного відображення | <i>Лекція, практичне заняття</i> | <i>Модульна контрольна робота 1 (60%)</i> | 5% |

| | | | | |
|--------|---|---|---|-----|
| PH 1.2 | Знати теорему Коші-Рімана, геометричний зміст модуля та аргументу похідної | | <i>правильних відповідей), екзамен, активна робота на лекції, усні відповіді</i> | 10% |
| PH 1.3 | Знати інтеграл функції вздовж шляху, первісна функції, первісна вздовж шляху, гомотопні шляхи, інтеграл Коші та інтеграл типу Коші, ряд, степеневий ряд в комплексній площині, ряд Тейлора та Лорана, ізолювані особливі точки функції однозначного характеру: усувна, полюс, істотно-особлива, лишок функції, аналітичне продовження функції, повна аналітична функція | | <i>Модульна контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), екзамен, активна робота на лекції, усні відповіді</i> | 10% |
| PH 1.4 | Знати теореми: Коші для однозв'язної та неоднотв'язної області, Тейлора та Лорана про розклад функцій в ряди, Ліувілля, Морери, Сохотського про поведінку функції в околі істотно особливої, Рімана про конформне відображення однозв'язної області | | <i>активна робота на лекції, усні відповіді</i> | 10% |
| PH 2.1 | Вміти досліджувати аналітичність функцій, будувати конформні відображення областей, будувати образи областей при вказаних конформних відображеннях | <i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i> | <i>Модульна контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i> | 20% |
| PH 2.2 | Вміти інтегрувати функції комплексної змінної, будувати розвинення аналітичних (голоморфних) функцій в ряди, визначати особливі точки аналітичних (голоморфних) функцій та визначати тип особливості | | | 20% |
| PH 2.3 | Вміти обчислювати лишки функції в ізолюваних особливих точках, застосовувати теорію лишків до обчислення інтегралів та сум | <i>Практичне заняття, самостійна робота</i> | <i>Модульна контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i> | 20% |

| | | | | |
|---------|--|---|--|------|
| PH 3.1 | Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій | <i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i> | <i>Активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i> | 2,5% |
| PH 3.2. | Вироблення навиків командної роботи | | | 2,5% |

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

| Програмні результати навчання | Результати навчання дисципліни | | | | | | | | | |
|---|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--|
| | PH 1.1 | PH 1.2 | PH 1.3 | PH 1.4 | PH 2.1 | PH 2.2 | PH 2.3 | PH 3.1 | PH 3.2 | |
| PH-1 - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| PH-3 - Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень; | | | | | + | + | + | | | |
| PH-4 - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми; | + | + | + | + | + | + | + | | | |
| PH-10 - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями; | | | | | + | + | + | | | |
| PH-11 - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей | | | | | + | + | + | | | |
| PH-16 - Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| PH-18 - Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії функцій комплексної змінної | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| PH-21 - Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів. | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

7. Схема формування оцінки:

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 5 балів/3 бали;
 2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2 – 10 балів/9 балів;
 3. Модульна контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН2.1 – 15 балів/9 балів;
 4. Модульна контрольна робота 2: РН1.3, РН1.4, РН2.2, РН2.3 – 15 балів/9 балів;
 5. Колоквіум: РН1.1, РН1.2 – 5 балів/3 бали;
 6. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН2.3 – 10 балів/5 балів;
- Разом 60/35

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3;
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекція передбачає виконання додаткових задач теоретичного плану, запропонованих керівником курсу.

Самостійна робота передбачає виконання зазначених керівником курсу завдань практичного характеру.

Модульні контрольні роботи та колоквіум проводиться в час після занять в формі письмово-усній за практичними та теоретичними питаннями курсу, запропонованих керівником курсу.

Допускається оцінювання за допомогою технологій дистанційного навчання.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та скласти домашні завдання. Студенти, які набрали впродовж семестру та за рахунок додаткових етапів оцінювання сумарно меншу кількість балів ніж критично-розрахунковий мінімум **20** балів, до складання іспиту не допускаються.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота 1: на 6-му тижні навчального періоду.
2. Колоквіум: на 7-му тижні навчального періоду.
3. Модульна контрольна робота 2: на 11-му тижні навчального періоду.

7.3. Шкала відповідності оцінок

| | |
|----------------------|--------|
| Відмінно / Excellent | 90-100 |
|----------------------|--------|

| | |
|---------------------------|-------|
| Добре / Good | 75-89 |
| Задовільно / Satisfactory | 60-74 |
| Незадовільно / Fail | 0-59 |

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

6-й семестр

| Теми | Назва теми | Кількість годин | | | | |
|---|--|-----------------|--------------------------|-------------------|------------------------------|------------------------|
| | | Лекції | Практич ні заняття | Самост. робота | Контр. модульна робота | Інші форми контролю |
| Змістовий модуль 1. Конформні відображення функцій комплексної змінної | | | | | | |
| 1 | Комплексні числа. Топологічні поняття в комплексній площині. | 2 | 2 | 2 | | |
| 2 | Диференційованість функцій комплексної змінної. Аналітичні (голоморфні) функції. Умови Коші-Рімана. Конформні відображення. Геометричний зміст модуля та аргумента похідної функції. | 4 | 2 | 8 | | |
| 3 | Приклади конформних відображень: дробово-лінійна, степенева функція та обернена, експоненціальна та логарифм, функція Жуковського, тригонометричні та гіперболічні. | 6 | 10 | 20 | 2 | |
| Змістовий модуль 2. Ряди та інтеграли функцій комплексної змінної. Теорія лишків | | | | | | |
| 1 | Інтеграл вздовж шляху. Інтегральна формула Коші. | 8 | 2 | 6 | | Колоквіум 2 |
| 2 | Ряди в комплексній площині. Особливі точки аналітичних функцій. Розвинення аналітичних функцій в ряди. | 10 | 4 | 10 | | |
| 3 | Теорія лишків та їх застосування. | 8 | 6 | 16 | 2 | |
| 4 | Принципи аналітичного продовження функцій. | 4 | 2 | 4 | | |
| Всього годин за 5 семестр | | 42 | 28 | 76 | | |

**Загальний обсяг 150 годин, у тому числі:
лекції – 42 годин,
практичні заняття – 28 годин,
консультації – 4 години,
самостійна робота – 76 годин.**

8. Рекомендовані джерела:

Основна література:

1. Т.А. Мельник, «Комплексний аналіз: підручник». Київ: ВПЦ «Київський університет», 2015.
2. «Комплексний аналіз. Приклади і задачі: навчальний посібник» / В.Г. Самойленко, В.А. Бородин, Г.В. Верьовкіна, А.В. Ловейкін, І.Б. Романенко / За редакцією В.Г. Самойленко. – К.: ВПЦ «Київський університет» , 2010.
3. Б.В. Шабат Введение в комплексный анализ. – Т.1, М.: Наука, 1985.
4. А.И. Маркушевич Теория аналитических функций. – Т.1, Т.2, М.: Наука, 1978.

Додаткова література:

5. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973.
6. А.И. Маркушевич Краткий курс теории аналитических функций. – М.: Наука, 1978.
7. Ю.В. Сидоров, М.В. Федорюк, М.И. Шабунин Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1982.