

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра алгебри і комп'ютерної математики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана

з навчальної роботи

Харитонов О.М

2021 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія ймовірностей  
для студентів

галузь знань

11 «Математика та статистика»

спеціальність

111 «Математика»

освітній рівень

перший (бакалавр)

освітня програма

«Комп'ютерна математика»

вид дисципліни

обов'язкова

Форма навчання

денна

Навчальний рік

2021/2022

Семестр

4

Кількість кредитів ECTS

6

Мова викладання, навчання

та оцінювання

українська

Форма заключного контролю

екзамен

Викладачі: Шевченко Георгій Михайлович, д.ф.-м.н., професор


Пролонговано: на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

КИЇВ – 2021

Розробник Шевченко Г.М., д.ф.-м.н., професор

ЗАТВЕДЖЕНО

Зав. кафедри алгебри і комп'ютерної математики

\_\_\_\_\_   
(підпис)

Петравчук А.П.

Протокол № 9 від 24.02.2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "30" 03 2021 року № 8

Голова науково-методичної комісії  \_\_\_\_\_ професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** – ознайомлення з математичними аспектами поняття ймовірності, властивостями ймовірності, випадкових величин, векторів і послідовностей, методами обчислення ймовірностей випадкових подій, математичних сподівань випадкових величин та векторів, областями застосування ймовірнісних методів.

## **2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни:**

- 1. Знати** основні поняття, факти і теореми дискретної математики, теорії множин і математичного аналізу.
- 2. Вміти** активно використовувати та творчо застосовувати зазначені вище знання в процесі опрацювання матеріалу курсу «Теорія ймовірностей».
- 3. Володіти навичками** роботи з множинами, функціями.

## **3. Анотація навчальної дисципліни.**

Навчальна дисципліна «Теорія ймовірностей» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «Комп'ютерна математика». Дана дисципліна є обов'язковою. Курс «Теорія ймовірностей» включає в себе математичну теорію ймовірностей, зокрема, класичне означення ймовірності, дискретні ймовірнісні простори, аксіоматичне означення ймовірності, поняття випадкової величини, математичного сподівання та дисперсії, стандартні ймовірнісні розподіли, поняття випадкового вектора, коваріації, незалежності, граничні теореми теорії ймовірностей. Цей матеріал є базовим для математичної статистики.

Викладається у 2 семестрі 2 курсу в обсязі **180 год.** (*6 кредитів ECTS<sup>1</sup>*) зокрема: *лекції – всього 42 год., практичні 30 год., лабораторні 16 год., консультації 2 год., самостійна робота – 90 год.* У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна **екзаменом** у другому семестрі 2-го курсу.

## **4. Завдання (навчальні цілі):**

формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1);
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2);
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-3);
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-7);
- 5) Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-9);
- 6) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань) (ЗК-11);
- 7) Здатність працювати автономно (ЗК-12);
- 8) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства,

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя (ЗК-15).

9) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-16);

10) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу (ЗК-17);

11) Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (СК-1);

12) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (СК -2);

13) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (СК -3);

14) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (СК -4);

15) Здатність до кількісного мислення (СК-5);

16) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (СК-6)

17) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей (СК-7);

18) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (СК-8);

19) Здатність застосовувати спеціалізовані мови програмування та пакети прикладних програм (СК-9);

20) Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символних розрахунків (СК-10);

21) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики (СК-11);

22) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (СК-12);

23) Здатність формулювати складні задачі оптимізації та прийняття рішень й інтерпретувати їхні розв'язки в оригінальному контексті цих задач (СК-13);

24) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних (СК-14);

25) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі (СК-15);

26) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків (СК-16);

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)	Форми (та/або методи і технології) викладання і	Методи оцінювання та пороговий	Відсоток у підсум- ковій
--	---	--------------------------------------	--------------------------------

<b>Код</b>	<b>Результат навчання</b>	<b>навчання</b>	<b>критерій оцінювання за необхідності</b>	<b>оцінці з дисципліни</b>
1.1	Знати означення дискретного ймовірнісного простору.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №1, опитування під час практичних занять	3%
1.2	Знати означення умовної ймовірності та незалежності.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №1 опитування під час практичних занять	3%
1.3	Знати означення повної групи подій, формули повної ймовірності та Баєса.	лекція самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №1 опитування під час практичних занять	3%
1.4	Знати граничні теореми у схемі випробувань Бернуллі.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №1 опитування під час практичних занять	4%
1.5	Знати аксіоматичне означення ймовірностей, означення та властивості ймовірнісної міри.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять	7%
1.6	Знати означення та властивості випадкової величини, функції ті щільності розподілу.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять	7%
1.7	Знати означення та властивості математичного сподівання та дисперсії.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять	7%
1.8	Знати стандартні ймовірнісні розподіли та їхні числові характеристики.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять	7%
1.9	Знати різні типи збіжності послідовностей випадкових величин.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, опитування під час практичних	6%

			занять	
1.1 0	Знати основні ймовірнісні нерівності та закони великих чисел.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, опитування під час практичних занять	5%
1.1 1	Знати означення та властивості характеристичної функції.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, опитування під час практичних занять	5%
1.1 2	Знати центральну граничну теорему.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, опитування під час практичних занять	5%
2.1	Уміти будувати ймовірнісний простір, обчислювати ймовірність події.	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №1, іспит	5%
2.2	Уміти використовувати формули повної ймовірності та Баєса.	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №1, іспит	5%
2.3	Уміти визначати функцію розподілу та щільність випадкової величини.	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №2, іспит	5%
2.4	Уміти обчислювати математичне сподівання та дисперсію.	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №2, іспит	5%
2.5	Уміти перевіряти збіжність і визначати границю послідовності випадкових величин.	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, іспит	5%
2.6	Уміти обчислювати та використовувати характеристичну функцію.	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, самостійна	3%

			аудиторна робота, іспит	
2.7	Уміти використовувати закон великих чисел центральну граничну теорему.	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, іспит	5%
3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді	5%
3.2	Вироблення навиків командної роботи	практичне заняття, лабораторна, самостійне опрацювання	активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді	5%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни з програмними результатами

Результати навчання дисципліни	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н	Р Н
<b>Програмні результати навчання</b>	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6	1 7	1 8	1 9	1 10	1 11	1 12	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6	2 7	3 1	3 2
<b>РН-1</b> - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;	+	+	+	+				+	+	+		+	+	+	+					+	
<b>РН-3</b> - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>РН-4</b> - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;	+	+	+	+	+			+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		
<b>РН-6</b> - Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;	+	+	+	+	+	+				+	+	+	+	+	+	+	+				+
<b>РН-10</b> - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+





**- підсумкове оцінювання: Іспит.**

- *максимальна кількість балів, які можуть бути отримані:* 40 балів;
- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН1.8, РН1.9, РН1.10, РН1.11, РН1.12, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН 2.5, РН 2.6, РН 2.7;
- *форма проведення і види завдань:* письмова робота.

**7.2. Організація оцінювання:**

Самостійна робота передбачає активну самостійну роботу по розв'язанню задач і по формулюванню основних теоретичних положень під час практичних занять, при цьому кожен студент отримує індивідуальне завдання, яке він повинен виконати за невеликий проміжок часу (складність завдання пропорційно відведеному часу).

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **36** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **36** балів, для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на екзамені є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за екзамен не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною, тобто екзамен не зараховується.

**Терміни проведення форм оцінювання:**

1. *Модульна контрольна робота №1:* на 5-му тижні 2 семестру 2-го курсу.
2. *Модульна контрольна робота №2:* на 9-му тижні 2 семестру 2-го курсу.
3. *Оцінювання завдань самостійної роботи* за РН2.1, РН 2.2 на 3-му тижні, за РН2.3, РН 2.4 на 6 тижні, за РН2.5, РН 2.6 на 12 тижні.

Форма екзамену – письмово-усна. Білет складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за екзамен можна отримати від 0 до 40 балів.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

**7.3 Шкала відповідності оцінок:**

<b>Відмінно/ Excellent</b>	90 – 100
<b>Добре/ Good</b>	75 – 89
<b>Задовільно/ Satisfactory</b>	60 – 74
<b>Не задовільно/ Fail</b>	0 – 59
<b>Зараховано/ Passed</b>	60 – 100
<b>Не зараховано/ Fail</b>	0 – 34

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ теми	Назва теми	Кількість годин				
		лекції	практичні заняття	лабораторні	самостійна робота	модульна контроль на робота
<b>Змістовий модуль 1 Випадкові події, величини</b>						
1	Основи теорії ймовірностей	6	4	2	12	
2	Випадкові величини	6	4	2	12	2
<b>Змістовий модуль 2 Інтегрування, випадкові вектори</b>						
3	Математичне сподівання та дисперсія	8	6	4	18	
4	Випадкові вектори, незалежність	8	6	4	18	2
<b>Змістовий модуль 3 Випадкові послідовності, граничні теореми</b>						
5	Збіжність випадкових величин	6	4	2	12	
6	Граничні теореми теорії ймовірностей	8	6	2	18	
	<b>Всього годин</b>	<b>42</b>	<b>30</b>	<b>16</b>	<b>90</b>	

Загальний обсяг 180 годин, у тому числі:

лекції – 42 години,

практичні заняття – 30 годин,

лабораторні – 16 годин,

консультації – 2 години,

самостійна робота – 90 годин.

### 9. Рекомендовані джерела:

#### Основні (Базові):

1. М. В. Карташов. Ймовірність. Процеси. Статистика. К.: ВПЦ «Київський університет», 2009.

2. Й.І. Гихман, А.В. Скороход, М.Й. Ядренко. Теорія ймовірностей і математична статистика. К.: «Вища школа», 1988.

3. О.І. Василик, М.В. Карташов, Г.М. Шевченко, Р.Є. Ямненко. Теорія ймовірностей, Методичні вказівки до лабораторних та самостійних робіт. К.: ВПЦ «Київський університет», 2008.

4. В.В. Голомозий, М.В. Карташов, К.В. Ральченко. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. К.: ВПЦ «Київський університет», 2015.

5. Г. М. Шевченко. Лекції з теорії ймовірностей [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://probability.knu.ua/userfiles/zhoraster/probability.pdf>

**Додаткові:**

6. Б.В. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. К.: ВПЦ «Київський університет», 2010
7. А.Я. Дороговцев, Д.С. Сільвестров, А.В. Скороход, М.Й. Ядренко. Теорія ймовірностей. Збірник задач. К.: Вища школа, 1980.
8. А. Н. Ширяев. Вероятность. В 2-х книгах. 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во МЦНМО, 2004.
9. А. Н. Ширяев. Задачи по теории вероятностей. М.: Изд-во МЦНМО, 2006.
10. М.Я. Кельберт, Ю.М. Сухов. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Том 1. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. М.: Изд-во МЦНМО, 2007.