

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА  
МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра математичної фізики**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**  
Заступник декана  
з навчальної роботи  
Механіко-  
математичний  
факультет  
Харитонов О.М.  
«31» вересня 2020 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
Нелінійний аналіз та його застосування**

**для студентів**

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	другий (магістр)
освітня програма	«Математика»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	2
Кількість кредитів ECTS	3
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	залік

Викладач: Мельник Тарас Анатолійович, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри математичної фізики

Пролонговано: на 2021/2022 н.р.  (Харитонов) «31» вересня 2020 р.  
на 20 / 20 н.р. ( ) « » 20 р.

**КИЇВ – 2020**

Розробник: Мельник Тарас Анатолійович, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри математичної фізики.

ЗАТВЕДЖЕНО

Зав. кафедри

Математичної фізики



Самойленко В.Г.

Протокол № 1 від «28» серпня 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол № 1 від «31» серпня 2020 р

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_  професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

(підпис)

**1. Мета дисципліни (до 300 символів)** – ознайомлення та оволодіння сучасними методами та положеннями теорії нелінійного аналізу та застосування цих методів до дослідження нелінійних крайових задач.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* основні поняття теорії функціонального аналізу та теорії просторів Соболева, постановку основних крайових задач математичної фізики.
2. *Вміти:* доводити обмеженість лінійних функціоналів, обґрунтовувати граничні переходи в інтегралах Лебега.
3. *Володіти елементарними навичками:* знаходження частинних похідних.

**3. Анотація навчальної дисципліни (до 700 символів):**

Навчальна дисципліна «Нелінійний аналіз та його застосування» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньо-наукової програми «Математика». У програмі дисципліни вивчаються основні методи дослідження нелінійних крайових задач: варіаційний метод Ойлера-Лагранжа, метод монотонності та метод компактності, теореми про нерухому точку нелінійних відображень в банахових просторах, за допомогою яких досліджуються модельні крайові задачі для еліптичних та параболічних нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними. «Нелінійний аналіз та його застосування» завершує сучасну підготовку по спеціальності «диференціальні рівняння» і є базовою дисципліною для вивчення спеціальних дисциплін по цій спеціальності, наприклад, «Комп'ютерне моделювання в математичній фізиці», «Аналітичні та чисельні методи сучасної математичної фізики», «Аналітико-геометричні методи аналізу нелінійних диференціальних рівнянь».

**Дана дисципліна є обов'язковою.** Викладається у 2 семестрі 1 курсу в обсязі 30 год. (3 кредити ECTS<sup>1</sup>) зокрема: лекції – всього 28 год., консультації – 2 год, самостійної роботи студентів – 60 год. У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи.

Завершується дисципліна заліком.

**4. Завдання (навчальні цілі):**

формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

*Загальні компетентності:*

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики;
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу;
- 4) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань;
- 5) Здатність генерувати нові ідеї;
- 6) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово;

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 7) Здатність спілкуватися іноземною мовою ;
- 8) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування;
- 9) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність.

*Фахові компетентності:*

- 1) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань;
- 2) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 3) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти;
- 4) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців;
- 5) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань.

#### 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1, знати; 2, вміти; 3, комунікація; 4, автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати означення першої та другої варіації від інтегрального функціоналу, рівняння Ойлера-Лагранжа, опуклих функцій, коерцитивності та напівнеперервності знизу функціоналів.	<i>Лекції</i>	<i>Модульна контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), залік, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	5%
РН 1.2	Знати теорему про слабку напівнеперервність знизу функціоналу, означення узагальнених розв'язків рівняння Ойлера-Лагранжа.			10%
РН 1.3	Знати означення монотонної вектор-функції, лему про нуль векторного поля, теорему про існування узагальненого розв'язку еліптичної крайової задачі для квазілінійного диференціального рівняння дивергентного типу, метод Мінті-Браудера.			10%
РН 1.4	Знати теорему Банаха про нерухому точку, теорему Шаудера про нерухому точку та теорема Лере-Шаудера про нерухому точку.			10%
РН 2.1	Вміти застосовувати варіаційний метод Ойлера-Лагранжа до дослідження задач з обмеженнями: нелінійні спектральні задачі, варіаційні нерівності, гармонічні відображення.	<i>Лекції, самостійна робота</i>	<i>Модульна контрольна робота 1 (60% правильних відповідей),</i>	20%

			залік, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	
РН 2.2	Вміти застосовувати метод монотонності до дослідження нелінійних крайових задач.	Лекції, самостійна робота	Модульна контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), залік, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	19%
РН 2.3	Вміти застосовувати теореми про нерухому точку до дослідження нелінійних крайових задач.			19%
РН 3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	Лекції, самостійна робота	Активна робота на лекціях, усні відповіді	2%
РН 3.2.	Вироблення навиків командної роботи			2%
РН 4.1	Демонструвати розуміння особистої/персональної відповідальності за професійні та/або управлінські рішення, які базуються на використанні математичних методів			1,5%
РН 4.2	Високий ступінь самостійності, академічної та професійної доброчесності			1,5%

#### 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни										
	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 3.1	РН 3.2	РН 4.1	РН 4.2
ПРН-3-1. Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

<b>ПРН-3-2.</b> Відтворювати знання фундаментальних роз-ділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		
<b>ПРН-3-3.</b> Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+	+	+	+			+	+		
<b>ПРН-3-4.</b> Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів.	+	+	+	+	+	+	+			+	+		
<b>ПРН-У-1.</b> Уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності у професійній діяльності.						+	+	+		+	+	+	
<b>ПРН-У-2.</b> Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді						+	+	+	+		+	+	
<b>ПРН-У-3.</b> Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу.						+	+	+	+	+	+	+	
<b>ПРН-У-8.</b> Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми.						+	+	+	+	+	+	+	
<b>ПРН-У-10.</b> Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел										+	+	+	
<b>ПРН-У-11.</b> Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей.										+	+	+	+

## 7. Схема формування оцінки:

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді студентів: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН3.1, РН3.2, РН4.1, РН4.2 – 10 балів/6 бали;

2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3 – 10 балів/6 балів;

3. Модульна контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН2.1 – 20 балів/11 балів;

4. Модульна контрольна робота 2: РН1.3, РН1.4, РН2.2, РН2.3 – 20 балів/11 балів;

Разом 60/35

- підсумкове оцінювання: залік.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3;

- форма проведення і види завдань: письмова робота.

## 7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекція передбачає виконання додаткових задач теоретичного плану, запропонованих керівником курсу.

Самостійна робота передбачає виконання зазначених керівником курсу завдань практичного характеру.

Модульні контрольні роботи проводяться в час після занять в письмовій формі за теоретичними питаннями курсу, запропонованих керівником курсу.

Допускається оцінювання за допомогою технологій дистанційного навчання.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та скласти самостійні завдання. Студенти, які набрали впродовж семестру та за рахунок додаткових етапів оцінювання сумарно меншу кількість балів ніж критично-розрахунковий мінімум **20** балів, до складання іспиту не допускаються.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та прездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма заліку – письмово-усна. Білет заліку складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за залік можна отримати від 0 до 40 балів. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на заліку є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за залік не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною.

## Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота 1: на 6-му тижні навчального періоду.
2. Колоквіум: на 6-му тижні навчального періоду.
3. Модульна контрольна робота 2: на 13-му тижні навчального періоду.

## 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Зараховано / Credited</b>	60-100
<b>Не зараховано / Fail</b>	0-59

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ

### 2-й семестр

Теми	Назва теми	Кількість годин
------	------------	-----------------

		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1: «Варіаційний метод Ойлера-Лагранжа»</b>						
1	Перша та друга варіація, рівняння Ойлера-Лагранжа. Опуклі функції. Коерцитивність та напівнеперервність знизу функціонала. Теорема про існування мінімізанта	4	-	8	2	-
2	Застосування варіаційної теорії до задач з обмеженнями: нелінійні спектральні задачі, варіаційні нерівності, гармонічні відображення.	6	-	12		-
<b>Змістовий модуль 2: «Метод монотонності та застосування теорем про нерухому точку»</b>						
1	Метод монотонності	10	-	23	2	-
2	Застосування теорем про нерухому точку до дослідження нелінійних крайових задач.	8	-	17		-
Всього годин за 5 семестр		28	-	60	4	-

**Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:**

**лекції – 28 годин,**

**консультації – 2 години,**

**самостійна робота – 60 годин.**

## **9. Рекомендовані джерела:**

### **Основна література:**

1. Т.А. Мельник, А.П. Крєневич, *Теорія просторів Соболева та узагальнені розв'язки крайових задач*. Підручник – К.: ВПЦ "Київський Університет", 2020.
2. Т.А. Мельник, *Простори Соболева та узагальнені розв'язки задач математичної фізики*. Навчальний посібник – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2006.
3. L.C. Evans, *Partial differential equations*. – Graduate Studies in Math., Vol. 19, American Mathematical Society, 1999.
4. Ж.-Л. Лионс, *Некоторые методы решения нелинейных краевых задач*. - М.: Мир, 1972.



5. Методичні вказівки до практичних занять із дисципліни "Диференціальні рівняння з частинними похідними" для студентів механіко-математичного факультету / Упорядники: Кренивч А.П., Ловейкін А.В. – К.: ВПЦ "Київський Університет", 2016.

**Додаткова література:**

1. Y. Alber, I. Ryazantseva, *Nonlinear ill-posed problems of monotone type*. – Berlin: Springer, 2006.
2. Л. К. Эванс, *Методы слабой сходимости для нелинейных уравнений с частными производными*. – Новосибирск: Тамара Рожковская, 2006.
3. Т.А.Мельник, *Простори Соболева та узагальнені розв'язки задач математичної фізики. Методичні вказівки до самостійної роботи зі спеціального курсу*. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2005.
4. Х. Гаевский, К. Грёгер, К. Захариас, *Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения*. – М.: Мир, 1978.