

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики**



**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Заступник декана  
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

серпень 2021 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Граничні теореми теорії випадкових процесів.**

**Актуарне резервування у страхуванні життя**

**для студентів**

галузь знань	<b>11 «Математика та статистика»</b>
спеціальність	<b>111 «Математика»</b>
освітній рівень	<b>другий (магістр)</b>
освітня програма	<b>«Актуарна та фінансова математика»</b>
вид дисципліни	<b>вибіркова</b>

Форма навчання	<b>денна</b>
Навчальний рік	<b>2021/2022</b>
Семестр	<b>3</b>
Кількість кредитів ECTS	<b>5</b>
Мова викладання, навчання та оцінювання	<b>українська</b>
Форма заключного контролю	<b>іспит</b>

Викладачі: Мішура Юлія Степанівна, д.ф.-м.н., професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Зубченко Володимир Петрович, к.ф.-м.н., асистент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

**КИЇВ – 2021**

**Розробники:** Мішура Юлія Степанівна, д.ф.-м.н., професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Зубченко Володимир Петрович, кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО  
Зав. кафедри  
теорії ймовірностей,  
статистики та актуарної математики  
Юлія Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 31.08.2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії ОК професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями теорії випадкових процесів у граничному випадку, а також із теорією та застосуванням актуарного резервування у задачах математики страхування життя.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* основи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів, основні моделі актуарної математики.
2. *Вміти:* знаходити розподіл і числові характеристики дискретних та неперервних випадкових величин, основні теореми курсу теорії випадкових процесів.
3. *Володіти елементарними навичками:* розв'язування задач із теорії ймовірностей, актуарної математики.

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Граничні теореми теорії випадкових процесів. Актуарне резервування у страхуванні життя» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 111 Математика освітньої програми «Актуарна та фінансова математика».

Дана дисципліна є вибірковою. Дисципліна «Граничні теореми теорії випадкових процесів. Актуарне резервування у страхуванні життя» вивчає основні функціональні граничні теореми теорії випадкових процесів, математичні моделі, що використовуються для проведення розрахунків страхових резервів за договорами страхування життя.

Викладається у 3 семестрі в обсязі 150 год. (*5 кредитів ECTS<sup>1</sup>*) зокрема: лекції – 42 год., консультації – 6 год., самостійна робота – 102 год. У курсі передбачено 3 змістових модулів, 1 модульну контрольну роботу та виконання 4 індивідуальних самостійних завдань. Завершується дисципліна іспитом.

**4. Завдання (навчальні цілі):**

Формування здатності застосувати математичні та статистичні методи до розв'язання практичних задач сучасного управління ризиками та фінансовими невизначеностями, прийняття фінансових рішень в таких галузях, як страхування, банківський та інвестиційний сектор економіки, пенсійне забезпечення, фінансовий консалтинг; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) Здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 8) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 9) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);
- 10) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 11) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 12) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 13) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК-6);
- 14) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8);
- 15) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері математики (ФК-10).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати топологію Скорохода, модуль неперервності в топології Скорохода та основні функціональні граничні теореми. Знати основні класи випадкових процесів: процеси з незалежними приростами, мартингали, напівмартингали, розв'язки стохастичних диференціальних рівнянь.	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	10%
РН 1.2	Знати часткові класи функціональних граничних теорем: для процесів з незалежними приростами, мартингалів та напівмартингалів, процесів з дискретним часом.			10%
РН 1.3	Знати базові математичні моделі, що використовуються для проведення розрахунків страхових резервів за договорами страхування життя та основні поняття, що використовуються у математичних моделях страхування життя.			10%
РН 1.4	Знати основні фінансові аспекти діяльності страховика: умови забезпечення платоспроможності страховика; принципи та методи актуарного резервування у страхуванні життя; особливості визнання активів та зобов'язань при оцінці платоспроможності страховика; вимоги до капіталу страховика; поняття таблиці тривалості життя.			10%
РН 2.1	Вміти будувати математичні моделі	<i>Лекція,</i>	<i>Іспит, активна</i>	10%

	перестраховання	<i>самостійна робота</i>	<i>робота на лекції, усні відповіді, модульна контрольна робота, результати виконання самостійних індивідуальних завдань</i>	
PH 2.2	Вміти доводити і застосовувати функціональні граничні теореми для різних класів випадкових процесів: для процесів з незалежними приростами, мартингалів та напівмартингалів, процесів з дискретним часом. Вміти оцінювати модель неперервності в топології Скорохода для цих класів процесів.			10%
PH 2.3	Вміти перевіряти виконання умов основних функціональних граничних теорем для процесів напівмартингального типу та застосовувати їх у задачах оцінювання цінних паперів та інших задачах фінансової математики.			10%
PH 2.4	Вміти використовувати принципи та методи актуарного резервування для проведення обчислень за типовими договорами страхування життя: довічне страхування, страхування життя на строк, чисте дожиття, накопичувальне страхування життя, страхування із ануїтетними виплатами.			10%
PH 2.5	Вміти застосовувати методи ризик-менеджменту та актуарного резервування для дослідження динаміки страхової компанії та забезпечення її платоспроможності.			10%
PH 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування			2,5%
PH 3.2	Вироблення навиків командної роботи			2.5%
PH 4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційності, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.	<i>Лекція</i>	<i>активна робота на лекціях, усні відповіді</i>	2.5%
PH 4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			2.5%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни Програмні результати навчання	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 1.5	РН 1.6	РН 1.7	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 2.4	РН 2.5	РН 2.6	РН 3.1	РН 3.2	РН 4.1	РН 4.2
<b>ПРН-3-1</b> - Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики й актуарної та фінансової математики		+	+	+	+	+	+									+	+
<b>ПРН-3-2</b> - Відтворювати знання фундаментальних розділів математики й актуарної та фінансової математики в обсязі, необхідному для володіння математичним та економічним апаратами відповідної галузі знань і використання математичних та економічних методів у обраній професії		+	+	+	+	+	+									+	+
<b>ПРН-3-3</b> - Володіти основами математичних дисциплін і економічних теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+	+											+	+
<b>ПРН-У-1</b> - Уміти використовувати фундаментальні закономірності математичні закономірності та закономірності актуарної та фінансової математики у професійній діяльності								+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-2</b> - Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної та економічної	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+

літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді																	
<b>ПРН-У-3</b> - Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу	+		+	+	+			+			+			+	+	+	+
<b>ПРН-У-8</b> - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+
<b>ПРН-У-10</b> - Усно й письмово спілкуватися рідною та англійською мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних джерел	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-11</b> - Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей	+	+	+	+	+	+	+	+								+	+
<b>ПРН-У-12</b> Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати														+	+	+	+

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН3.1, РН3.2, РН4.1, РН4.2 – 8 балів / 5 балів;

2. Модульна контрольна робота: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4 – 20 балів/ 12 балів;

3. Виконання індивідуальних самостійних завдань: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5 – 32 бали / 18 балів;

Разом має бути 60/35

#### - підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5;

- форма проведення і види завдань: письмова робота з усним опитуванням.

### 7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за додаткові запитання на усному опитуванні. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

#### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Виконання індивідуальних самостійних завдань: на 3-му - 12-му тижні навчального періоду.

2. Модульна контрольна робота на 10-му тижні навчального періоду

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно</b> / Excellent	90-100
<b>Добре</b> / Good	75-89
<b>Задовільно</b> / Satisfactory	60-74
<b>Незадовільно</b> / Fail	0-59



## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1 „Граничні теореми теорії випадкових процесів”</b>						
1	Функціональні граничні теореми в термінах збіжності скінченновимірних розподілів та модуля неперервності в топології Скорохода	6		14		
2	Граничні теореми для процесів з незалежними приростами	6		14		
3	Граничні теореми для мартингалів та напівмартингалів	6		14		
4	Збіжність процесів з дискретним часом до розв’язків стохастичних диференціальних рівнянь	6		14		самостійне завдання
<b>Змістовий модуль 2 „Актуарне резервування у страхуванні життя”</b>						
4	Методи обчислення страхових резервів для типових договорів страхування життя	6		14		
5	Техніки актуарного резервування та забезпечення платоспроможності страхової компанії	6		16		самостійне завдання
6	Математичні моделі оцінки та управління ризиками, тестування прибутковості, тестування адекватності зобов’язань страховика, стрес-тестування	6		16	2	самостійне завдання
Всього годин за 2 семестр		42		102		

**Загальний обсяг 150 годин, у тому числі:**

**лекції – 42 годин,  
консультації – 6 годин,  
самостійна робота – 102 години.**

## **9. Рекомендовані джерела**

### **Основні:**

1. Ю. С. Мішура, К. В. Ральченко, Л. М. Сахно, Г.М. Шевченко "Випадкові процеси. Теорія. Статистика. Застосування". Видавничо-редакційний центр Київського національного університету імені Тараса Шевченка, - 2019
2. Yu. Mishura, G. Shevchenko "Theory and Statistical Applications of Stochastic Processes". Wiley-ISTE, 400 p. – 2017
3. D. Gusak, A. Kukush, A. Kulik, Yu. Mishura, A. Pilipenko "Theory of Stochastic Processes with Applications to Financial Mathematics and Risk Theory". Springer, 380 p. - 2010
4. Albrecher H., Beirlant, J., Teugels, J. L. Reinsurance: Actuarial and statistical aspects. John Wiley & Sons, 2017.
5. Kaas R., Goovaerts M., Dhaene J., Denuit M. Modern actuarial risk theory: Using R. Springer (2009)
6. Rolski, T., Schmidli, H., Schmidt, V., Teugels, J. L. Stochastic processes for insurance and finance. John Wiley & Sons, 2009.

### **Додаткові:**

1. Базилевич В. Д., Базилевич К. С. Страхова справа. К. : Знання, 2011.
2. Карташов М. В. Імовірність, процеси, статистика. К. : ВПЦ Київський університет, 2004.
3. Фалин Г. И. Математический анализ рисков в страховании. М. : Российский юридический издательский дом, 1994.
4. Фалин Г. И., Фалин А. И. Теория риска для актуариев в задачах. М. : Мир, 2004.
5. G. Kulinich, S. Kushnirenko and Yu. Mishura "Asymptotic Analysis of Unstable Solutions of Stochastic Differential Equations". Vol.9 Bocconi & Springer Series, Mathematics, Statistics, Finance and Economics, 248 p. - 2020
6. Y. Mishura, O. Ragulina " Ruin Probabilities. Smoothness, Bounds, Supermartingale Approach". Elsevier, ISTEPELS, 276 p. - 2016