

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

сергій 2021 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Марківські процеси в актуарній математиці
для студентів**

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	другий (магістр)
освітня програма	«Актуарна та фінансова математика»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	3
Кількість кредитів ECTS	3
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	залік

Викладачі: доцент Голомозий В. В., канд.ф.-м.н., доцент кафедри теорії ймовірностей та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. () « » 20 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2021

Розробник: Голомозий В.В., к.ф.м.н., доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО
Зав. кафедри
кафедри теорії ймовірностей,
статистики та актуарної математики
Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 31.08.2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії ОК професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.
(підпис)

1. Мета дисципліни – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями марківських процесів в актуарній математиці, зокрема, основами теорії марківських процесів в дискретному та неперервному часі, основними актуарними моделями, що засновані на марківських процесах.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основи математичного аналізу, алгебри, дискретної математики, теорії ймовірностей та теорії випадкових процесів.
2. *Вміти:* множити матриці, знаходити похідні.
3. *Володіти елементарними навичками:* аналіз гладких функцій, множення матриць.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Навчальна дисципліна «Марківські процеси в актуарній математиці» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 111 Математика освітньої програми «Актуарна та фінансова математика».

Дана дисципліна є вибірковою. Дисципліна «Марківські процеси в актуарній математиці» вивчає теорію ланцюгів та процесів Маркова та її застосування в актуарній математиці. Зокрема розглядаються стандартні марківські актуарні моделі та диференціальне рівняння Тілліє для обчислення зміни резервного капіталу.

Викладається у 3 семестрі в обсязі 90 год. (*3 кредити ECTS¹*) зокрема: лекції – всього 20 год, практичні 8 год., самостійна робота – 60 год., консультації – 2 год. У курсі передбачено 2 змістових модулі, колоквиум та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна заліком.

4. Завдання (навчальні цілі): формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризуються комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) Здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);
- 8) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 9) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 10) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 11) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 12) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 13) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК-6);
- 14) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8);
- 15) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері математики (ФК-10).

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати означення рекурентного стану для ланцюга Маркова.	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Залік, активна робота на лекції, усні відповіді, колоквиум</i>	5%
РН 1.2	Знати формулювання ергодичної теореми.			5%
РН 1.3	Знати основні марківські актуарні моделі.			10%
РН 1.4	Знати рівняння Колмогорова-Чепмена.			10%
РН 1.5	Знати прямі та обернені рівняння Колмогорова.			10%
РН 2.1	Вміти обчислювати інваріантний ймовірнісний розподіл.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях залік, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	15%
РН 2.2	Вміти записувати та розв'язувати рівняння Колмогорова.			15%
РН 2.3	Вміти використовувати рівняння Тілле для обчислення змін у резервному капіталі.			20%
РН 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	<i>Практичне заняття</i>	<i>активна робота практичних заняттях, усні відповіді</i>	2.5%
РН 3.2	Вироблення навиків командної роботи	<i>Практичне заняття</i>	<i>активна робота практичних</i>	2.5%

			заняттях, усні відповіді	
РН 4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційність, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.	Лекція	активна робота на лекціях, усні відповіді, залік	2.5%
РН 4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			2.5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни												
	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 1.5	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 3.1	РН 3.2	РН 4.1	РН 4.2	
ПРН-3-1 - Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики й актуарної та фінансової математики	+	+	+	+	+								
ПРН-3-2 - Відтворювати знання фундамен-тальних розділів математики й актуарної та фінансової математики в обсязі, необхідному для володіння математичним та економічним апаратами відповідної галузі знань і використання математичних та економічних методів у обраній професії	+	+	+	+	+	+	+	+					
ПРН-3-3 - Володіти основами математичних дисциплін і економічних теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+	+	+	+	+					
ПРН-У-1 - Уміти використовувати фундаментальні закономірності математичні закономірності та закономірності актуарної та фінансової математики у професійній діяльності						+	+	+	+	+		+	+
ПРН-У-2 - Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної та економічної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+

письмовій доповіді													
ПРН-У-3 - Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу	+	+	+	+	+					+	+	+	+
ПРН-У-8 - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+
ПРН-У-10 - Усно й письмово спілкуватися рідною та англійською мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			
ПРН-У-11 - Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей	+	+	+	+	+	+	+	+					
ПРН-У-12 Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати												+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1, РН3.2, РН4.1, РН4.2 – 5 балів/3 бали;
 2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2 – 5 балів/3 бали;
 3. Контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2 – 10 балів/6 балів;
 4. Контрольна робота 2: РН1.5, РН2.3 – 10 балів/6 балів;
 5. Колоквіум: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 20 балів/12 балів
 6. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1, РН3.2 – 10 балів/5 балів;
- Разом має бути 60/35

- підсумкове оцінювання: залік.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.1, РН2.2, РН2.3
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на заліку є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за залік не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма заліку – письмово-усна. Залік складається з тесту та білету. Тест складається з 20 запитань. Кожне запитання оцінюється в 1 бал. Заліковий білет складається із 2 завдань, перше є теоретичними, друге – задачі. Задача оцінюється в 10 балів, теоретичне питання в 5 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. *Контрольна робота 1: на 6-му тижні навчального періоду.*
2. *Колоквіум: на 10-му тижні навчального періоду.*
3. *Контрольна робота 2: на 12-му тижні навчального періоду.*

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
Змістовий модуль 1 “Дискретні ланцюги Маркова.”						
1	Ланцюг Маркова,	4	0	10		

	основні поняття.					
2	Рекурентні властивості ланцюгів Маркова.	4	2	10	2	
3	Ергодичність ланцюгів Маркова.	4	2	10		
Змістовий модуль 2 „Марківські процеси, актуарні моделі.”						
1	Стрибкоподібний процес Маркова.	4	2	10		
2	Марківські актуарні моделі.	2	2	10		2
3	Загальні процеси Маркова, рівняння Тілле.	2		10	2	
Всього годин за II семестр		20	8	60	4	2

Загальний обсяг 90 годин, у тому числі:
лекції – 20 годин,
практичні заняття – 8 годин,
консультації – 2 години,
самостійна робота – 60 годин.

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Карташов М.В. Процеси Маркова в актуарній математиці. – ВПЦ «Київський університет», 2008.
2. Мішура Ю.С., Шевченко Г.М. Математика фінансів. – ВПЦ «Київський університет», 2009. – 352 с.
3. Oliver C. Ibe. Markov Processes for Stochastic Modeling. – Elsevier; 2nd ed., 2013 – 514 p.

Додаткові:

1. Bowers N., et al. Actuarial mathematics. – 2nd ed., 1997. – 753p.
2. E. Pardoux. Markov Processes and Applications: Algorithms, Networks, Genome and Finance. –Wiley & Sons, 2009. – 296 p.