

Київський національний університет
імені Тараса Шевченка

Механіко-математичний факультет
кафедра математичного аналізу



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

«17» серпня 2021 року

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Гаусові міри в гільбертових просторах
для студентів

галузь знань
спеціальність
освітній рівень
освітня програма
вид дисципліни

11 «Математика та статистика»
111 «Математика»
другий (магістр)
«Математика»
вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	3
Кількість кредитів ECTS	3
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	залік

Викладач: Кукуш Олександр Георгійович, доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри математичного аналізу.

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____ («____») _____ 20__ р.
на 20__/20__ н.р. _____ («____») _____ 20__ р.

КИЇВ 2021

Розробник: Кукуш Олександр Георгійович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичного аналізу.



ЗАТВЕРДЖЕНО

Завідувач кафедри _____

(Шевчук І.О.)

Протокол № 1 від «28» 08 2021 року

Схвалено науково - методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «31» 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії OL доктор фіз.-мат. наук, професор Олійник А.С.

«31» 08 2021 року

1. Мета дисципліни - оволодіння базовими поняттями теорії гаусових мір для розв'язання задач теоретичного і прикладного характеру, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. Знати основні поняття, факти і теореми математичного аналізу, лінійної алгебри, теорії ймовірностей, теорії гільбертових просторів.
2. Вміти знаходити норму лінійних неперервних функціоналів та норму найпростіших операторів у гільбертовому просторі.
3. Володіти елементарними навичками обчислення границь послідовностей і функцій, інтегрування функцій, множення матриці на вектор, доведення простих тверджень із геометрії гільбертового простору.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Навчальна дисципліна «Гаусові міри в гільбертових просторах» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» у галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «математика».

Дана дисципліна є вибірковою.

Викладається у 3 семестрі магістратури в обсязі 90 год. (3 кредити ECTS), у тому числі 28 годин лекцій, 2 години консультацій, та 60 годин самостійної роботи. У курсі передбачено 1 змістовий модуль та 1 модульна контрольна робота. Завершується дисципліна – заліком.

Навчальна дисципліна «Гаусові міри в гільбертових просторах» включає в себе основні поняття і методи, пов'язані з означенням і властивостями гаусових мір у гільбертових просторах. Розглядаються гаусові міри в евклідовому просторі та будується гаусова продукт-міра у просторі послідовностей l_2 . Вивчаються борельові міри в гільбертовому просторі та будується гаусова міра за допомогою характеристичного функціонала. Викладений матеріал може застосовуватись при вивченні теорії випадкових процесів, статистики випадкових процесів, а також окремих розділів функціонального аналізу.

4. Завдання (навчальні цілі). Досягнення складової інтегральної компетентності – здатності розв'язувати складні математичні задачі та практичні проблеми у професійній діяльності, що характеризується комплексністю та/або невизначеністю умов, а саме задачі та проблеми, пов'язані з теорією випадкових процесів та прикладною статистикою. Досягнення загальних компетентностей, зокрема:

- 1) здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК-1);
- 2) здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);
- 8) здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 9) здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11).

Досягнення основних спеціальних компетентностей, зокрема:

- 1) знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 2) спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 3) спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);

- 4) здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК-6);
 5) здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8);
 6) здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері математики (ФК-10).

5. Результати навчання за дисципліною

5. Результат навчання за дисципліною.

Табл.1

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання за необхідності	Відсоток у підсум- ковій оцінці з дисциплі- ни
Код	Результат навчання			
РН- 1.1	Знати основні властивості борельових мір у гільбертових просторах.	Лекції, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час лекцій, контрольна робота	10%
РН-1.2	Знати означення і спосіб побудови гаусових мір у гільбертових просторах.	Лекції, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час лекцій, контрольна робота	20%
РН- 1.3	Знати властивості гаусових мір у гільбертових просторах.	Лекції, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час лекцій, контрольна робота	10%
РН- 2.1	Вміти знаходити характеристики ймовірносних мір у гільбертовому просторі	Лекції, самостійне опрацювання, консультації	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час лекцій, контрольна робота	20%
РН- 2.2	Вміти знаходити розподіл лінійних функціоналів від гаусових випадкових елементів	Лекції, самостійне опрацювання, консультації	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час лекцій, контрольна робота	20%
РН- 3.1	Спілкування українською мовою у предметній сфері, користування інтернет-ресурсами	Лекції, консультації	опитування під час лекцій	10%
РН 4.1	Здатність до самостійних досліджень на відповідному рівні, здатність до самоконтролю	Лекції, консультації	опитування під час лекцій	10%

6. Співвідношення результатів навчання із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання \ Код	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 2.1	РН 2.2	РН 3.1	РН 4.1
Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики та економіки (ПРН-3-1)	+	+	+			+	+
Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії (ПРН-3-2)	+	+	+	+	+	+	
Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів (ПРН-3-3)	+	+	+			+	+
Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів (ПРН-3-4)	+	+	+	+	+		+
Уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності у професійній діяльності (ПРН-У-1)				+	+	+	+
Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді (ПРН-У-2)	+	+	+			+	
Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу (ПРН-У-3)	+	+	+			+	+
Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми (ПРН-У-8)				+	+		+
Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел (ПРН-У-10)	+	+	+	+	+	+	+
Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей (ПРН-У-11)	+	+	+			+	+
Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати (ПРН-У-12)						+	+

7. Схема формування оцінки

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1,РН1.2,РН1.3, РН2.1, РН2.2, РН3.1, – 30 балів/18 балів.

2. Контрольна робота 1: РН1.1,РН1.2,РН1.3, РН2.1, РН2.2 – 30 балів/18 балів.
Разом має бути 60/36

підсумкове оцінювання (у формі іспиту/заліку): форма заліку – письмово-усна.

Білет заліку містить 3 теоретичні питання - 0-5 балів за кожне, 2 задачі –0-10 балів за кожну. Усна відповідь – 0-5 балів

Всього – максимум 40 балів

- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН2.1, РН2.2, РН3.1, РН4.1

- **умови допуску до підсумкового заліку:** умовою допуску до заліку є отримання студентом сумарно не менше, аніж *критично-розрахунковий мінімум 35 балів* за семестр. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів, ніж критично-розрахунковий мінімум 35 балів, для одержання допуску до іспиту обов'язково повинні написати на необхідну порогову кількість балів додаткову контрольну роботу за матеріалом відповідного семестру.
- У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

7.2. Організація оцінювання (обов'язково зазначається порядок організації передбачених робочою навчальною програмою форм оцінювання із зазначенням орієнтованого графіку оцінювання):

Оцінювання за формами контролю:

	ЗМ1	
	<i>Min. – балів</i>	<i>Max. – балів</i>
Активність студента на заняттях, усні відповіді	18	30
Модульна контрольна робота 1	18	30

Орієнтований графік оцінювання:

	<i>Орієнтовний період для здійснення відповідної форми оцінювання</i>
Модульна контрольна робота 1	листопад
Активність студента на заняттях	початок грудня
Добір балів/додаткова контрольна робота	грудень
Залік	перша половина грудня

Розрахунок балів, які студент отримує при успішній здачі заліку:

	Змістовий модуль 1	іспит / залік	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	36	24	60
Максимум	60	40	100

7.3. Шкала відповідності оцінок

Оцінка (за національною шкалою) / National grade	Рівень досягнень, % / Marks, %
Зараховано / Passed	60-100%
Не зараховано / Fail	0-59%

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план занять

№ теми	Назва теми	Лекції	Консультації
1	Гаусові міри в евклідовому просторі	6	0,5
2	Продакт-міри у просторах послідовностей. Борельові міри в гільбертовому просторі	8	0,5
3	Властивості характеристичних функціоналів	6	0,5
4	Теорема Мінлоса - Сазонова. Побудова гаусової міри за допомогою характеристичного функціонала	8	0,5
	ВСЬОГО	28	2

**Загальний обсяг 30 годин, зокрема:
лекції – 28 годин,
консультації – 2 години.**

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Kukush, A. Gaussian Measures in Hilbert Space: Construction and Properties. - *ISTE and Wiley*, London and Hoboken, 2020.
2. Bogachev, V.I., Gaussian Measures. - American Mathematical Society, Providence, 1998.
3. Bogachev, V.I., Measure Theory, vol. 1, Springer Science & Business Media, Berlin, 2007.

Додаткові:

1. Го Х.-С. Гауссовские меры в банаховых пространствах. - Москва, Мир, 1979.
2. Parthasarathy, K.R., Probability Measures on Metric Spaces, 2nd ed. - American Mathematical Society, Providence, 2005.