

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
Механіко-математичний факультет**

Кафедра математичної фізики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

« 07 » серпня 2021 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ¹
Різницеві методи розв'язання нелінійних
крайових задач**

для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	другий (магістр)
освітня програма	«Математика»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	3
Кількість кредитів ECTS	3
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Вакал Євген Сергійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичної фізики;
Довгий Борис Павлович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичної фізики;
Гап'як Ігор Васильович, кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри математичної фізики;

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» _____ 20__ р.
на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» _____ 20__ р.

КИЇВ – 2021

¹ Робоча програма навчальної дисципліни є нормативним документом вищого навчального закладу і містить виклад конкретного змісту навчальної дисципліни, послідовність, організаційні форми її вивчення та їх обсяг, визначає форми та засоби поточного і підсумкового контролю.

Робоча програма «Різницьві методи розв'язання нелінійних крайових задач»

для студентів галузі знань/спеціальності/освітньої програми 11 Математика та статистика / 111 Математика / Математика

« ___ » _____ 2021 року - ___ с.

Розробники²: Вакал Євген Сергійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичної фізики;

Довгий Борис Павлович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичної фізики;

ЗАТВЕРДЖЕНО
Зав. кафедри _____

(проф. Самойленко В.Г.)
Протокол № 8 від « 9 » 02.2021

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від « 31 » 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії  (проф. Олійник А.С.)

« 31 » 08 2021 року

² Розробляється лектором. Робоча програма навчальної дисципліни розглядається на засіданні кафедри (циклової комісії – для коледжів), науково-методичної комісії факультету/інституту (раді навчального закладу - коледжу), підписується завідувачем кафедри (головою циклової комісії), головою науково-методичної комісії факультету/інституту (головою ради) і затверджується заступником декана/директора інституту з навчальної роботи (заступником директора коледжу).

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Різницеві методи розв'язання нелінійних крайових задач» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «математика».

Дана дисципліна є ДВВС.

Викладається у 3 семестрі 2 курсу в обсязі 90 год. (3 кредити ECTS¹) зокрема: лекції – всього 28 год., самостійна робота – 60 год. У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна іспитом у третьому семестрі.

1. Мета дисципліни – забезпечити формування у студентів здатності сприймати сучасні методи, теоретичні положення та основні застосування теорії різницевих схем для нелінійних диференціальних рівнянь, вміти використовувати та практично реалізовувати різницеві методи в системах комп'ютерної математики MATLAB, Maple, Mathematica.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

Знати основні поняття теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними, постановками задач для них і чисельними методами знаходження їх розв'язків;

вміти будувати різницеві схеми для найпростіших задач;

володіти елементарними навичками: розв'язувати системи лінійних та нелінійних алгебраїчних рівнянь.

3. Анотація навчальної дисципліни:

У програмі дисципліни основна увага приділяється різницевим методам розв'язання нелінійних крайових задач та крайових задач з нелійними крайовими умовами. Розглядаються основні поняття теорії різницевих методів; способи зведення нелінійних крайових задач до систем нелінійних рівнянь, задач Коші для нелінійних диференціальних рівнянь; побудова алгоритмів та програм для реалізації чисельних методів розв'язання нелінійних еволюційних рівнянь, зокрема рівнянь теплопровідності з різними видами нелінійності, Больцмана, Енскога, Кортевега-де Фріза, рівнянь з несамопряженим оператором та інших з подальшим аналізом отриманих розв'язків та їх візуалізацією. Отримані математичні поняття необхідні для застосування різницевих методів в комп'ютерних науках, сприяють розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

4. Завдання (навчальні цілі) –

1. Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики;
2. Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
3. Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу;
4. Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань;
5. Здатність генерувати нові ідеї при аналізі та розв'язанні прикладних задач;
6. Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово;
7. Здатність спілкуватися іноземною мовою;
8. Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування;
9. Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність;
10. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань;
11. Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
12. Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу шляхом використання сценаріїв застосування різницевих алгоритмів і методів та переносити математичні знання у нематематичні контексти;
13. Здатність застосовувати знання, уміння та навички у професійній діяльності і доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців;
14. Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань;
15. Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері математики.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1, знати; 2, вміння; 3, комунікація; 4, автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (формується розробником)			
1.1	основні поняття теорії різницевих схем	Лекційні заняття, з використанням математичних пакетів, самостійна робота	Модульна контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), оцінювання роботи на практичних, лабораторних заняттях, залік, усні відповіді	2,5%
1.2	прикладні сітки, сіткові функції та сіткові норми			2,5%
1.3	апроксимація основних диференціальних операторів			5%
1.4	похибка та порядок апроксимації диференціальних операторів			5%
1.5	побудова явних і неявних різницевих схем для нелінійних крайових задач			5%

1.6	способи дискретизації крайових умов в нелінійних задачах, апроксимації різницевих схем та дослідження їх стійкості;			5%
1.7	основні методи розв'язання нелінійних крайових задач за допомогою різницевих методів			5%
1.8	розв'язання конкретних задач нелінійної оптики, нелінійних еволюційних рівнянь сучасної математичної фізики.	Лекційні заняття, з використанням математичних пакетів, самостійна робота	Модульна контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), оцінювання роботи на лабораторних заняттях, оцінювання виконання завдань для самостійної роботи	7,5%
1.9	основні принципи роботи з системами комп'ютерної математики, Matlab, Maple, Mathematica для використання в задачах математичної фізики			7,5%
2.1	будувати рівномірні та нерівномірні сітки, знаходити різницеві апроксимації для диференціальних операторів	Лекційні заняття, з використанням математичних пакетів, самостійна робота	Модульна контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), оцінювання роботи на лабораторних заняттях, оцінювання виконання завдань для самостійної роботи	5%
2.2	визначати похибки апроксимації на сітці, досліджувати стійкість різницевих схем,			5%
2.3	будувати різницеві схеми для нелінійних крайових задач,			5%
2.4	будувати різницеві схеми для крайових задач з нелійними крайовими умовами, знаходити розв'язки для системи нелінійних рівнянь та задач Коші для нелінійних диференціальних рівнянь.	Лекційні заняття, з використанням математичних пакетів, самостійна робота	Модульна контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), оцінювання роботи на лабораторних заняттях, оцінювання виконання завдань для самостійної роботи	7,5%
2.5	використовувати метод прогонки для відповідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь, знаходити розв'язки для нелінійних крайових задач з розривними розв'язками;			7,5%
2.6	будувати різницеві схеми (явні та неявні) для рівнянь нелінійної оптики, Кортвега-де Фріза, нелінійних кінетичних рівнянь, розв'язувати рівняння теплопровідності, переносу з несамоспрямленим оператором та системи рівнянь.			10%
2.7	використовувати математичні пакети Matlab, Maple, Mathematica для візуалізації і розв'язання задач			10%
3.1	здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування			
4.1	продемонструвати розуміння особистої/персональної відповідальності за професійні та/або управлінські рішення, які базуються на використанні математичних методів	Лекційні заняття, самостійна робота	<i>Активна робота на лекційних заняттях, самостійна робота, усні відповіді</i> Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження	1.5%
4.2	високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			1.5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни (код)	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	3.1	4.1	4.2	
Програмні результати навчання (назва)																				
знання																			+	
ПРН-3-1. Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики.	+	+	+	+			+		+										+	+
ПРН-3-2. Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії.	+	+	+	+	+	+	+	+											+	+
ПРН-3-3. Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+			+	+	+										+	+
ПРН-3-4. Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів.	+	+	+	+			+	+	+										+	+
уміння																			+	+
ПРН-У-1. Уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності у професійній діяльності.										+				+	+	+			+	+
ПРН-У-2. Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді.										+	+	+	+	+	+	+			+	+
ПРН-У-3. Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу.																		+	+	+
ПРН-У-8. Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми.										+	+	+	+	+	+	+			+	+
ПРН-У-10. Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних джерел																		+	+	+
ПРН-У-11. Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей.																	+	+	+	+
ПРН-У-12. Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати																		+	+	+

7. Схема формування оцінки

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекційних, практичних, лабораторних заняттях, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН1.8, РН1.9 – 14 балів/7 бали;
 2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7 – 5 балів/2 балів;
 3. Модульна контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН2.1, РН2.2, РН2.3 – 18 балів/12 балів;
 4. Модульна контрольна робота 2: РН1.8, РН1.9, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7 – 18 балів/12 балів;
 5. Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження: РН3.1, РН4.1, РН4.2 – 5 балів/2 бали;
- Разом 60/35;

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН1.8, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН4.1, РН4.2;
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекційному, практичному та лабораторному занятті передбачає відповіді на питання викладача, виконання задач, запропонованих керівником курсу.

Самостійна робота передбачає виконання зазначених керівником курсу завдань практичного характеру з тематики, запропонованої викладачем, та представлення завдань, виконаних із застосуванням систем комп'ютерної математики.

Допускається оцінювання за допомогою технологій дистанційного навчання.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів, ніж рекомендований мінімум **35** балів, для підвищення балів отримують можливість виконати додаткову контрольну роботу та скласти домашні завдання. Студенти, які набрали впродовж семестру та за рахунок додаткових етапів оцінювання сумарно меншу кількість балів ніж критично-розрахунковий мінімум **20** балів, до складання іспиту не допускаються.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота 1: на 5-му тижні навчального періоду.
2. Модульна контрольна робота 2: на 8-му тижні навчального періоду.
3. Доповідь за темою наукового дослідження: до 12 тижня навчального періоду.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекційних занять

№ теми	Назва теми	Кількість годин	
		Лекції	Самостійна робота
ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1. Різницеві методи розв'язання нелінійних крайових задач			
1.	Принципи побудови різницевих схем	4	10
2.	Побудова явних і неявних різницевих схем для нелінійних крайових задач	4	6
3.	Основні методи розв'язання нелінійних крайових задач за допомогою різницевих методів	4	14
ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 2. Числове розв'язування нелінійних задач математичної фізики			
4.	Різницеві схеми розв'язання нелінійних задач оптики та теплопровідності	4	6
5.	Побудова різницевих схем для крайових задач з нелійними крайовими умовами, знаходження розв'язків для системи нелінійних рівнянь та задач Коші для нелінійних диференціальних рівнянь.	4	6
6.	Нелінійні кінетичні рівняння та рівняння Кортевега-де_Фріза	4	10
7.	Розв'язання рівнянь теплопровідності, переносу з несамопряженим оператором та системи рівнянь	4	8
Всього годин за семестр		28	60

Загальний обсяг 90 год., у тому числі:

Лекцій – 28 год.

Консультацій – 2 год.

Самостійної роботи – 60 год.

9. Рекомендовані джерела:

Основна: (базова)

1. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем/ А.А. Самарский. – М.: Наука, 1971. – 553 с.
2. Попов В.В. Методи обчислень / В.В. Попов. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2012. – 303 с.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Наука, 1987. – 636 с.
4. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет. – Томск.: Из-во Томского политехнического ун-та, 2007. – 172 с.
5. Ортега Дж. Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега, У. Пул. – М.: Наука. 1986. – 288 с.
6. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс. – М.: Мир, 1972.
7. Березин Ю.А. О численных решениях уравнения Кортевега-де Вриза / Ю.А. Березин // Численные методы механики сплошной среды. – Новосибирск. – 1973. – Т.4, е2, с.20-31.
8. Довгий Б.П., Вакал Є.С., Вакал Ю.Є., Попов А.В. Використання математичного пакета MATLAB для розв'язування прикладних задач / Б.П. Довгий, Є.С. Вакал, Ю.Є. Вакал, А.В. Попов.– Київ: Фітосоціоцентр, 2012. – 78 с.
9. Довгий Б.П., Вакал Є.С., Вакал Ю.Є., Попов А.В. Використання системи комп'ютерної математики MATLAB для розв'язування прикладних задач / Б.П. Довгий, Є.С. Вакал, Ю.Є. Вакал, А.В. Попов. – Київ: ВПЦ "Київський університет", 2016. – 143 с.
10. Довгий Б.П., Вакал Є.С., Вакал Ю.Є. Методи обчислень: методичні вказівки до лабораторних робіт з використанням пакета MATLAB / Б.П. Довгий, Є.С. Вакал, Ю.Є. Вакал, – Київ: ВПЦ "Київський університет", 2017. – 60 с.

Додаткова:

1. Cercignani C. Gerasimenko V.I., Petrina D. Ya. Many-particle dynamics and kinetic equations / C. Cercignani, V.I. Gerasimenko, D.Ya. Petrina. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ, 1997. – 252 p.
2. Аристов В.В., Черемисин В.В. Прямое численное решение кинетического уравнения Больцмана / В.В. Аристов, Ф.Г. Черемисин. – ВЦ РАН, 1992.– 192 с.
3. Peraud J.Ph., Landon C.D., Hadjiconstantinou N.G. Monte Carlo methods for solving the Boltzman transport equation / J. M. Peraud, C. D. Landon, & Nicolas G. Hadjiconstantinou. – Cambridge pub., 2014. – 60 p.

10. Додаткові ресурси (за наявності):

1. *Filbet F., Russo G.* Accurate numerical methods for the Boltzmann equation / F. Filbet, G. Russo. – Chapter 4, Режим доступу:
<http://www.univ-orleans.fr/mapmo/membres/filbet/Papers/chapter4.pdf>.
2. *Довгий Б.П., Ловейкін А.В., Вакал Є.С., Вакал Ю.Є.* Сплайн-функції та їхнє застосування / Б.П. Довгий, А.В. Ловейкін, Є.С. Вакал, Ю.Є. Вакал. – Київ, 127 с. Режим доступу:
www.matfiz.univ.kiev.ua/uploads/books/spline_ml.pdf