

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Механіко-математичний факультет
кафедра теорії ймовірностей статистики та актуарної математики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана/директора
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

« 31 » серпня 20 21 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вибрані питання теорії операторів. Науковий семінар з математичного аналізу

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	другий (магістр)
освітня програма	«Математика»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022__
Семестр	3
Кількість кредитів ECTS	7
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	залік

Викладачі: Константінов Олексій Юрійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного аналізу.

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» _____ 20__ р.
на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» _____ 20__ р.

КИЇВ 2021

Розробники: Константінов Олексій Юрійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного аналізу



ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри _____

(Шевчук І.О.)

Протокол № 1 від «28» 08 2024 року

Схвалено науково - методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «31» 08 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії [Signature] доктор фіз.-мат. наук, професор Олійник А.С.

«31» 08. 2024 року

1. **Мета дисципліни** - оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями сучасної теорії операторів, застосування цих методів до розв'язання типових задач.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основні поняття, факти і теореми математичного аналізу, теорії міри та інтеграла, функціонального аналізу, теорії функцій комплексної змінної.

2. *Вміти:* активно і творчо зазначені вище знання у процесі опрацювання навчальної дисципліни «Вибрані питання теорії операторів. Науковий семінар з математичного аналізу» .

3. *Володіти елементарними навичками:* обчислення границь послідовностей і функцій, дослідження збіжності числових і функціональних рядів, похідних та інтегралів, норм лінійних функціоналів і операторів, застосовувати ряди Лорана, теорію лишків.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Дисципліна «Вибрані питання теорії операторів. Науковий семінар з математичного аналізу» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» у галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «математика».

Дана дисципліна є вибірковою.

Викладається у 3 семестрі магістратури в обсязі 210 год. (7 кредити ECTS), в тому числі 42 годин лекцій, 14 годин семінарських, 4 години консультацій та 150 години самостійної роботи. У курсі передбачено 1 змістовний модуль та 1 модульна контрольна робота. Завершується дисципліна – заліком.

Дисципліна «Вибрані питання теорії операторів. Науковий семінар з математичного аналізу» включає в себе основні поняття і методи теорії самоспряжених операторів в гільбертовому просторі. Зокрема, означення та основні властивості спектральної міри, функціональне числення, елементи теорії збурень, застосування до квантової механіки, оператори Шредінгера та їх спектральні властивості, ідеали Шатена – фон Неймана.

4. **Завдання (навчальні цілі):** формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування математичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) Здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);
- 8) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 9) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);
- 10) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 11) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 12) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 13) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК-6);
- 14) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8).
- 15) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері математики (ФК-10).

5. Результати навчання за дисципліною.

Табл.1

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання за необхідності	Відсоток у підсум- ковій оцінці з дисциплі- ни
Код	Результат навчання			
РН- 1.1	Знати: основні властивості ідеалів Шатена – фон Неймана	Лекції, семінарські заняття,	перевірка індивідуальних завдань,	10%

		самостійне опрацювання	опитування під час семінарських занять, контрольна робота	
PH-1.2	Знати: властивості спектральних мір та функцій самоспряжених операторів	Лекції, семінарські заняття, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час семінарських занять, самостійна аудиторна робота	10%
PH-1.3	Знати: загальні властивості необмежених операторів	Лекції, семінарські заняття, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час семінарських занять, контрольна робота	10%
PH-1.4	Знати: елементи теорії збурень необмежених операторів	Лекції, семінарські заняття, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час семінарських занять, контрольна робота	10%
PH-1.5	Знати: застосування абстрактних методів до операторів Шредінгера	Лекції, семінарські заняття, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час семінарських занять, контрольна робота	10%
PH- 2.1	Вміти досліджувати загальні властивості необмежених операторів (замкненість, наявність замикання, спектр)	Лекції, семінарські заняття, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час семінарських занять, контрольна робота	10%
PH-2.2	Вміти знаходити спряжений оператор, досліджувати на самоспряженість необмежені оператори	Лекції, семінарські заняття, самостійне опрацювання	перевірка індивідуальних завдань, опитування під час семінарських занять, контрольна робота	10%
PH-2.3	Вміти досліджувати спектральні властивості збурених операторів (оператори Шредінгера, збурення	Лекції, семінарські заняття,	перевірка індивідуальних завдань,	10%

	рангу 1 загальних самоспряжених операторів)	самостійне опрацювання	опитування під час семінарських занять, контрольна робота	
PH-3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	Лекції, семінарські заняття,	опитування під час семінарських занять	5%
PH-3.2	Вироблення навиків командної роботи			5%
PH 4.1	Самостійно шукати та критично опрацьовувати літературу із відповідних досліджень, вільно володіти методами обробки, аналізу та синтезу наукової інформації	Лекції, семінарські заняття,	опитування під час семінарських занять	5%
PH 4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

(необов'язково для вибіркових дисциплін, які не входять до блоків спеціалізацій)

Результати навчання дисципліни (код)	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 1.5	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 3.1	РН 3.2	РН 4.1	РН 4.2
Програмні результати навчання (назва)												
Знання												
ПРН-3-1 - Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики;	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
ПРН-3-2 - Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
ПРН-3-3 - Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
ПРН-3-4 - Володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
Уміння												
ПРН-У-1 - Уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності у професійній діяльності	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
ПРН-У-2 - Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+

7. Схема формування оцінки

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на заняттях, усні відповіді: РН1.1,РН1.2,РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1, РН3.2 – 10 балів/6 балів;
 2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3 – 20 балів/12 балів;
 3. Контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН2.1 – 30 балів/17 балів;
- Разом має бути 60/35

підсумкове оцінювання (у формі іспиту/заліку): форма заліку – письмово-усна.

Білет заліку містить 1 теоретичне питання - 0-5 балів, 3 задачі –0-10 балів за кожен. Усна відповідь – 0-5 балів

Всього – максимум 40 балів

- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.1, РН2.2, РН2.3.

- **умови допуску до підсумкового заліку:** умовою допуску до заліку є отримання студентом сумарно не менше, аніж *критично-розрахунковий мінімум 35 балів* за семестр. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів, ніж критично-розрахунковий мінімум 35 балів, для одержання допуску до іспиту обов'язково повинні написати на необхідну порогову кількість балів додаткову контрольну роботу за матеріалом відповідного семестру та доскладають домашні завдання для підвищення балів за виконання самостійної роботи.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та прездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

7.2. Організація оцінювання (обов'язково зазначається порядок організації передбачених робочою навчальною програмою форм оцінювання із зазначенням орієнтованого графіку оцінювання):

Оцінювання за формами контролю:

	ЗМІ	
	Min. – балів	Max. – балів
Активність студента на заняттях і виконання ним самостійної роботи	18	30
Модульна контрольна робота 1	17	30

Орієнтований графік оцінювання:

	<i>Орієнтовний період для здійснення відповідної форма оцінювання</i>
Модульна контрольна робота 1	листопад
Активність студента на заняттях і виконання ним самостійної роботи	початок грудня
Добір балів/додаткова контрольна робота/доскладання домашніх завдань	грудень
Залік	перша половина грудня

Розрахунок балів, які студент отримує при успішній здачі заліку:

	Змістовий модуль 1	іспит / залік	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	35	25	60
Максимум	60	40	100

7.3. Шкала відповідності оцінок

Оцінка (за національною шкалою) / National grade	Рівень досягнень, % / Marks, %
Зараховано / Passed	60-100%
Не зараховано / Fail	0-59%

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій та самостійної роботи

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		Лекції	семінарські	самост. робота
1	Ідеали Шатена – фон Неймана	8	2	25
2	Спектральна міра та спектральна теорема для обмежених самоспряжених операторів.	6	2	25
3	Необмежені оператори.	8	3	25
4	Елементи теорії збурень самоспряжених операторів.	6	2	25
5	Оператори Шредінгера.	8	3	25
6	Збурення рангу 1.	6	2	25
	ВСЬОГО	42	14	150

Загальний обсяг **210 год.**, зокрема:

Лекції – **42 год.**

Семінарські заняття – **14 год.**

Самостійна робота – **150 год.**

Консультації – **4 год.**

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Ю.М. Березанський, Г.Ф. Ус, З.Г. Шефтель, Функціональний аналіз. – Львів, Видавництво І.Е. Чижиков, 2014.
2. M.S. Birman, M.Z. Solomyak, Spectral theory of self-adjoint operators in Hilbert spaces. – Dordrecht: Reidel, 1987.
3. M. Reed, B. Simon, Methods of modern mathematical physics. Vol. 1, Functional analysis. –New York, Academic Press, 1980.
4. K. Schmüdgen. Unbounded self-adjoint operators on Hilbert spaces. – New York, Springer Verlag, 2012.

Додаткові:

1. B. Simon. Operator theory: A Comprehensive Course in Analysis, Part 4 . – AMS, 2015.
2. E.V. Davies. Linear operators and their spectra. – Cambridge: University Press, 2007.
3. В.И. Богачев, О.Г.Смолянов, Действительный и функциональный анализ: университетский курс. — М.-Ижевск, 2009.