

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра теоретичної та прикладної механіки**



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Теоретична механіка: динаміка та аналітична механіка  
для студентів**

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Математика»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	6
Кількість кредитів ECTS	3
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

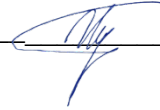
Викладачі: Зражевський Григорій Михайлович, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки, Улітко Ігор Андрійович, к.ф.-м.н., доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки

Пролонговано: на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

**КИЇВ – 2021**

Розробник: Зражевський Григорій Михайлович, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки

ЗАТВЕРДЖЕНО  
Зав. кафедри теоретичної та  
прикладної механіки

  
\_\_\_\_\_

Жук Я.О.

Протокол № 8 від 28 березня 2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від “30” березня 2021 року №8

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.



**1. Мета дисципліни** – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями класичної динаміки, аналітичної механіки та спеціальних питань механіки, зокрема динаміки матеріальної точки та матеріальної системи, диференціальними та варіаційними принципами аналітичної механіки.

## **2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни:**

1. *Знати*: поняття, означення та моделі, що стосуються розділів статички та кінематики класичної механіки; основні аксіоми та теореми статички та кінематики матеріальної точки, та абсолютно твердого тіла; основи векторної алгебри, аналітичної та диференціальної геометрії, математичного аналізу та теорії звичайних диференціальних рівнянь.
2. *Вміти*: застосовувати аксіоми та теореми статички і кінематики при формалізації механічних задач, аналізувати коректність отриманих математичних постановок задач, оперувати векторними величинами та функціями, розв'язувати базові задачі аналітичної та диференціальної геометрії, математичного аналізу та теорії звичайних диференціальних рівнянь. Грамотно будувати механічні моделі спираючись на аксіоми та теореми теоретичної та аналітичної механіки; вміти формалізувати фізичні явища на засадах механіки; аналізувати механічні моделі якісно та доводити розв'язання проблем і задач до отримання кількісних результатів; застосовувати загальні знання та методи до постановки та вирішення задач, що виникають в часткових розділах теоретичної та аналітичної механіки, таких, як теорія розрахунку арокних конструкцій, синтез механізмів, небесна механіка, теорія космічного польоту, теорія коливань, тощо; використовувати знання та навички отримані при вивченні математичних дисциплін: математичний аналіз, теорія диференціальних рівнянь, лінійна алгебра та аналітична геометрія, векторний та тензорний аналіз до аналізу механічних проблем;
3. *Володіти елементарними навичками*: постановки та розв'язування задач статички та кінематики класичної механіки, проведення аналітичних математичних досліджень та обрахунків, розв'язання задач лінійної та векторної алгебри, диференціального та інтегрального числення.

## **3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Теоретична механіка: динаміка та аналітична механіка» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «Математика». Дана дисципліна є обов'язковою. Дисципліна «Теоретична механіка: динаміка та аналітична механіка» вивчає класичну динаміку матеріальної точки та матеріальної системи, основні засади аналітичної механіки, спеціальні прикладні задачі механіки, охоплює коло питань побудови та дослідження диференціальних та варіаційних задач динаміки матеріальних систем.

Викладається у **6 семестрі 3 курсу** в обсязі **90 год.** (*3 кредити ECTS<sup>1</sup>*) зокрема: лекції – всього 28 год, лабораторні 12 год., консультації – 2 год, самостійна робота – 48 год. У курсі передбачено 1 змістовний модуль та 1 модульна контрольна робота. Завершується дисципліна **іспитом**.

## **4. Завдання (навчальні цілі):**

формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- 5) Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- 6) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);
- 7) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя;
- 8) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
- 9) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу;
- 10) Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- 11) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
- 12) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- 13) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
- 14) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- 7) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
- 15) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- 16) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
- 17) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 18) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних;
- 19) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі;
- 20) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків.

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація.)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати 1-й та 2-й закони Ньютона. Вміти формулювати та розв'язувати 1-у та 2-гу задачі динаміки матеріальної точки. Знати основні теореми динаміки матеріальної точки: теорему про зміну кількості руху, теорему про зміну моменту кількості руху теорему про зміну кінетичної	Лекція, лабораторна робота	Залік, активна робота на лекції, усні відповіді	12%

	енергії, теорію потенціальних силових полів, принцип Даламбера. Знати застосування динаміки матеріальної точки в теорії коливачів лінійного осцилятора,			
PH 1.2	Знати постановку основних задач динаміки матеріальної системи, основні теореми динаміки матеріальної системи: теорему про рух центру інерції, теореми про знаходження кількості руху, кінетичного моменту та кінетичної енергії (теорема Кьоніга), теореми про зміну кількості руху, кінетичного моменту та кінетичної енергії (в абсолютному русі, відносному русі відносно центру інерції, відносно не інерціальної системи відліку) матеріальної системи. Знати застосування динаміки матеріальної системи при формулюванні динамічних задач руху твердого тіла відносно нерухомої осі та нерухомої точки, вільного твердого тіла, принципи побудови тензора інерції.			14%
PH 1.3	Знати класифікацію в'язей та аналітичних механічних систем, означення, пов'язані з в'язями та системами (геометричні, кінематичні, стаціонарні та нестаціонарні в'язі, вільні, невольні, голономні, неголономні, склерономні, ідеальні), означення віртуальних, можливих та дійсних переміщень, кількості ступенів вільності системи, узагальнених, лагранжевих координат, узагальнених, потенціальних, гіроскопічних та дисипативних сил, принцип віртуальних переміщень, принцип Даламбера, загальне рівняння динаміки, рівняння Лагранжа 1-го та 2-го роду, рівняння Рауса, канонічні рівняння, принцип аналітичної статички, теорему про зміну повної механічної енергії аналітичної системи, теорему Донкіна, теорему про інтегровність системи з циклічними координатами, теорему про еквівалентність принципу Гамільтона та рівняння Лагранжа 2-го роду, варіаційний принцип Гамільтона			13%
PH 1.4	Знати теорему Лагранжа-Діріхле, теорему Ляпунова, що узагальнює теорему Діріхле, теореми Ляпунова та Четаєва про нестійкість положення рівноваги, малі коливання консервативної системи біля положення стійкої рівноваги, теорему Релея про екстремальні властивості частот консервативної системи, критерії асимптотичної стійкості лінійних систем (Рауса-Гурвіца, Лъснара-Шипара, геометричний),			14%
PH 2.1	Вміти розв'язувати 1-у та 2-гу задачі динаміки матеріальної точки, задачі на використання основних теорем динаміки матеріальної точки, визначати та використовувати потенціальні силові поля, розв'язувати задачі динаміки відносного руху матеріальної точки, знаходити центр інерції матеріальної системи, кількість руху, кінетичний момент матеріальної системи, кінетичну, потенціальну та повну енергію матеріальної системи (зокрема твердого тіла та системи твердих тіл для випадків поступального руху, руху відносно нерухомої осі, відносно нерухомої точки, плоско паралельного руху, вільного руху), знаходити осьові моменти інерції та будувати тензори інерції матеріальної системи та твердих тіл, розраховувати елементарну та повну роботу сил, прикладених до твердого тіла, потенціальну, формулювати та	Лабораторна робота, самостійна робота	Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на лабораторних роботах залік, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	22%

	розв'язувати задачі з застосуванням основних теорем динаміки матеріальної системи (та зокрема, твердого тіла та системи твердих тіл) в абсолютному та відносному русі відносно центру інерції для випадку плоско-паралельного руху, руху відносно нерухомої точки, відносно нерухомої вісі, застосуванням законів повного чи часткового збереження руху центру інерції, кількості руху, кінетичного моменту, повної механічної енергії.			
PH 2.2	Вміти застосовувати принцип віртуальних переміщень та принцип аналітичної статички для розв'язання задач статички, загальне рівняння динаміки, рівняння Лагранжа 2-го роду для побудови диференціальних моделей матеріальних систем, будувати функцію Гамільтона, знаходити циклічні координати, будувати рівняння Гамільтона та рівняння Рауса, будувати функціонал дії за Гамільтоном, будувати частотні рівняння, та визначати головні коливання для малих коливань склерономних систем, застосовувати варіаційний принцип Гамільтона для побудови статичних та динамічних моделей дискретних та розподілених аналітичних систем, використовувати теореми Діріхле, Ляпунова, Четаєва та та критерії асимптотичної рівноваги для дослідження стійкості рівноваги матеріальних систем.			20%
PH 3.1	Здатність обгрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	Лекція, лабораторна робота, самостійна робота	активна робота на лекції, лабораторних роботах, усні відповіді	3%
PH 3.2.	Вироблення навиків командної роботи	Лекція, лабораторна робота, самостійна робота	активна робота на лекції, лабораторних роботах, усні відповіді	2%

#### 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни								
	PH 1.1	PH 1.2	PH 1.3	PH 1.4	PH 1.5	PH 2.1	PH 2.2	PH 3.1	PH 3.2
<b>PH-1</b> - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці	+	+	+	+	+	+	+	+	
<b>PH-3</b> - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;	+	+	+	+	+	+	+	+	
<b>PH-4</b> - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;	+	+	+	+	+	+	+	+	

<b>PH-6</b> - Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів	+	+	+	+	+	+	+	+	
<b>PH-10</b> - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями					+	+	+	+	+
<b>PH-11</b> - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей					+	+	+	+	+
<b>PH-24</b> - Зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій	+	+	+	+	+	+	+	+	
<b>PH-26</b> - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення проблеми з різних розділів комп'ютерної механіки					+	+	+	+	+

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду. Оцінювання в першому семестрі

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH3.1, PH3.2 – 12 балів/6 балів;

2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2 – 7 балів/4 бали;

3. Модульна контрольна робота: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2 – 24 балів/14 балів;

5. Розв'язання задач на лабораторних роботах: PH2.1, PH2.2, PH3.1, PH3.2 – 17 балів/11 балів;

Разом 60/35

#### - підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2;

- форма проведення і види завдань: письмова робота та усне опитування.

### 7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекція передбачає присутність на лекції, уважне прослуховування лекційного матеріалу, відповіді на питання, що задаються лектором під час лекції, задання питань лектору з метою роз'яснення матеріалу, участь в дискурсах, що ініціюються лектором, чи слухачами на протязі лекції, коментування матеріалу лекції та оцінка якості донесення матеріалу лектором. Самостійна робота передбачає виконання завдань, що надаються лектором, пошук та робота з додатковою літературою по заданій темі, читання наукової та науково-популярної літератури

Модульна контрольна робота проводиться в позалекційний час і включає співбесіду за результатами оцінювання.<sup>2</sup>

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали.

#### **Терміни проведення форм оцінювання:**

1. Модульна контрольна робота №1: на 6-му тижні семестру.

2. Оцінювання завдань самостійної роботи за РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, на 8-му тижні семестру.

### **7.3. Шкала відповідності оцінок**

#### **Шкала відповідності**

<b>Зарховано / Excellent</b>	90-100
<b>Зарховано / Good</b>	75-89
<b>Зарховано / Satisfactory</b>	60-74
<b>Не зарховано / Fail</b>	0-59

<sup>2</sup> Допускається оцінювання за допомогою технологій дистанційного навчання



## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми I семестр	Кількість годин				
		Лекції	Лабораторні заняття	Самост. робота	Модульна контрольна	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль динаміка та аналітична механіка</b>						
1	Дві основні задачі динаміки матеріальної точки. Основні теореми динаміки матеріальної точки. Потенціальні силові поля. Застосування динаміки матеріальної точки в елементах теорії коливачь,	2	2	8	0	
2	Основні поняття динаміки матеріальної системи та абсолютно твердого тіла (теореми про знаходження): центр інерції, кількість руху системи, кінетичний момент системи, кінетична енергія системи, тензор інерції.	4	2	10	1	
3	Основні теореми динаміки матеріальної системи: теорема про рух центру інерції, зміни кінетичного моменту, зміни кінетичної енергії матеріальної системи.	6	2	6	0	
4.	Основи аналітичної механіки. Класифікація систем, принцип віртуальних переміщень, загальне рівняння динаміки, узагальнені	4	2	6	0	

	координати та сили. Принцип аналітичної статистики, рівняння Лагранжа 1-го та 2-го роду.					
5	Канонічні змінні та канонічні рівняння. Узагальнено консервативні системи. Елементи механіки Гамільтона. Рівняння Рауса та циклічні координати.	8	2	8	1	
6.	Рівновага та стійкість руху механічних систем. Коливання систем з багатьма степенями вільності. Варіаційні принципи механіки.	4	2	10	0	
Всього годин за семестр		28	12	48	2	0

**Загальний обсяг 90 годин, у тому числі:**

**лекції – 28 годин,**

**Лабораторні заняття – 12 годин,**

**консультації – 2 години,**

**самостійна робота – 48 годин.**

### **9. Рекомендовані джерела**

#### **Основні:**

1. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Наука. 1966.
2. Н.А. Кильчевский. Курс теоретической механики. Т. 1, 2, М.: Наука, 1972 г.
3. И.В. Мещерский. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука, 1980-1986 г.г.

#### **Додаткові:**

1. П. Аппель Теоретическая механика. Т. 1, 2. Физматгиз, М. 1960.
2. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961
3. Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. Курс теоретической механики. Т. 1, 2, М.: Наука, 1981 г.
4. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1,2,3: М.: Наука, 1960-1973.