

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра математичного аналізу**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**  
Заступник декана  
з навчальної роботи  
Харитонов О.М..  
2021 року



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Теорія міри та інтеграла  
для студентів**

галузь знань	<b>11 «Математика та статистика»</b>
спеціальність	<b>111 «Математика»</b>
освітній рівень	<b>перший (бакалавр)</b>
освітня програма	<b>«Математика»</b>
вид дисципліни	<b>обов'язкова</b>

Форма навчання	<b>денна</b>
Навчальний рік	<b>2021/2022</b>
Семестр	<b>5</b>
Кількість кредитів ECTS	<b>6</b>
Мова викладання, навчання та оцінювання	<b>українська</b>
Форма заключного контролю	<b>іспит</b>

Викладачі: Радченко Вадим Миколайович, д.ф.-м. н., професор кафедри математичного аналізу,  
Брайман Володимир Борисович, к.ф.-м. н., асистент кафедри математичного аналізу.


Пролонговано: на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

**КИЇВ – 2021**

Розробник: Радченко Вадим Миколайович, д.ф.-м. н., професор кафедри математичного аналізу

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри математичного аналізу

\_\_\_\_\_ 

Шевчук І.О.

Протокол №5 від 14 січня 2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від “30” березня 2021 року №8

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_

  
(підпис)

професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

**1. Мета дисципліни** — знайомство з основними властивостями мір та інших функцій множин, інтеграла Лебега, просторів інтегрованих функцій.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

**1. Знати:** основні факти теорії множин, математичного аналізу, зокрема теорію інтеграла Рімана та міри Жордана.

**2. Вміти:** використовувати означення та твердження теорії множин, математичного аналізу для обґрунтування дій з множинами, числовими послідовностями, функціями.

**3. Володіти елементарними навичками:** виконувати дії з наборами множин, послідовностями чисел та функцій, знаходити похідні та значення інтегралів.

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Теорія міри та інтеграла» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 Математика та статистика, зі спеціальності 111 Математика освітньої програми «Математика».

Дана дисципліна є обов'язковою. Містить побудову міри Лебега та інтеграла Лебега, вивчення властивостей інтеграла та класів інтегрованих функцій.

Викладається в 5 семестрі III курсу в **обсязі – 180 год. (6 кредитів ECTS)** зокрема: *лекції – 52 год, практичних занять – 28 год, самостійна робота – 94 год.* У курсі передбачено 3 змістових модулі: один колоквиум та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна іспитом у п'ятому семестрі.

**4. Завдання (навчальні цілі):** формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- 3) Знання й розуміння математики та професійної діяльності;
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- 5) Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- 6) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);
- 7) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя;
- 8) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
- 9) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу.
- 10) Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- 11) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;

- 12) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- 13) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
- 14) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- 15) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
- 16) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- 17) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
- 18) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 19) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних;
- 20) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі;
- 21) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків.

## 5. Результати навчання за дисципліною

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація.)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН 1.1	Знати властивості мір, теореми про продовження міри	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), колоквиум, екзамен, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	10%
РН 1.2	Знати означення інтеграла Лебега, його властивості, відповідні граничні теореми			10%
РН 1.3	Знати теореми Фубіні, Тонеллі			10%
РН 1.4	Знати властивості простору інтегровних функцій			10%
РН 2.1	Вміти знаходити міри множин	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	20%
РН 2.2	Вміти обґрунтовувати граничний перехід в інтегралі			15%
РН 2.3	Вміти знаходити значення інтеграла Лебега	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), екзамен, виконання завдань, винесених на</i>	15%

			<i>самостійну роботу</i>	
РН 3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	5%
РН 3.2.	Вироблення навиків командної роботи	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	5%

#### 6. Співвідношення результатів навчання із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни									
	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 3.1	РН 3.2	
<b>РН-1</b> - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці	+	+	+	+						
<b>РН-3</b> - Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;	+	+	+	+	+	+	+	+		
<b>РН-4</b> - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;	+	+	+	+	+	+	+	+		
<b>РН-10</b> - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями ;	+	+	+	+	+	+	+	+		

<b>PH-11</b> - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей	+	+	+	+	+	+	+	+	
<b>PH-12</b> - Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації									+
<b>PH-24</b> - Зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій					+	+	+		+
<b>PH-26</b> - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми					+	+	+	+	

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH3.1, PH3.2 – 5 балів/3 бали;
  2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.1, PH2.2 – 15 балів/9 балів;
  3. Контрольна робота 1: PH1.1, PH2.1 – 15 балів/9 балів;
  4. Контрольна робота 2: PH1.2., PH1.3, PH2.2, PH2.3 – 15 балів/9 балів;
  6. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH2.1, PH2.1, PH2.3, PH3.1, PH3.2 – 10 балів/5 балів;
- Разом має бути 60/35

#### - підсумкове оцінювання: екзамен.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2; PH2.3
- форма проведення і види завдань: письмова робота, усне опитування.

### 7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, третє та четверте – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

**Терміни проведення форм оцінювання:**

1. *Контрольна робота: на 6-му тижні навчального періоду.*
2. *Контрольна робота: на 13-му тижні навчального періоду.*
3. *Колоквіум на 9-му тижні навчального періоду.*

**7.3. Шкала відповідності оцінок**

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59

**8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій і практичних занять**

**V семестр**

№п/п	Назва теми	Лекції	Практ. заняття	Самост. робота	Модульна контрольна	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1 «Класи множин. Функції множин»</b>						
1.1	Основні класи множин	6	2	10		
1.2	Продовження міри	10	8	20	2	
<b>Змістовий модуль 2 «Вимірні функції. Означення інтеграла»</b>						
2.1	Вимірні відображення та функції	10	6	20		
2.2	Побудова та основні властивості інтеграла Лебега	6	4	12		Колоквіум
<b>Змістовий модуль 3 «Граничні теореми для інтеграла. Простори інтегровних функцій»</b>						
3.1	Граничні теореми для інтеграла Лебега та їх застосування	16	4	20		
3.2	Простори інтегровних функцій	4	4	12	2	
	<b>ВСЬОГО</b>	<b>52</b>	<b>28</b>	<b>94</b>	<b>4</b>	<b>2</b>

Загальний обсяг 180 год, в тому числі:

Лекції – 52 год.

Практичні заняття – 28 год.

Консультації – 6 год.

Самостійна робота - 94 год.

## 9. Рекомендовані джерела

### Основні:

1. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. — К.: Факт, 2007. — 164 с.
2. Радченко В.М. Теорія міри та інтеграла. — К.: Київський університет, 2012. — 144 с.
3. Завдання до практичних занять з теорії міри та інтеграла для студентів спеціальностей „математика і „статистика” механіко-математичного факультету / Укладачі О.Ю.Константінов, О.Г.Кукуш, О.О.Курченко, О.Н.Нестеренко, В.М.Радченко, Т.О.Петрова, А.В.Чайковський. — К.: ВПЦ „Київський університет”, 2019. — 80 с.

### Додаткові:

1. Богачев В.И. Основы теории меры. Т. 1,2. — Москва-Ижевск; НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2006. — 584 с. (Т. 1), 680 с. (Т. 2).
2. Березанский Ю. М., Ус Г.Ф., Шефтель З. Г. Функциональный анализ. Курс лекций. — К.: Выща школа, 1990.— 600 с.
3. Методы решения задач по функциональному анализу: Учебное пособие / В.В.Городецкий, Н.И.Нагнибида, П.П.Настасиев. — К.: Выща школа., 1990. — 479 с.
4. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной.— М.: Наука, 1974. — 480 с.
5. Паргасарати К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983.— 344 с.
6. Халмош П. Теория меры. — М.: Изд-во „Факториал-пресс”, 2003. — 256 с.
7. Youtube плейлист «Теорія міри та інтеграла. Лекції».  
<https://www.youtube.com/playlist?list=PL2JZyY-KRfcZ-XBmmBUIqEWEQqVrmbeXH>
8. Youtube плейлист «Теорія міри та інтеграла. Задачі».  
<https://www.youtube.com/playlist?list=PL2JZyY-KRfcbg177wyceQPR4j94bf9wp>