

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**Механіко-математичний факультет  
кафедра теорії ймовірностей,  
статистики та актуарної математики**



**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Заступник декана/директора  
навчальної роботи

Харитонов О.М.

серпень 2021 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Статистика випадкових процесів**

**для студентів**

галузь знань **11 «Математика та статистика»**  
спеціальність **112 «Статистика»**  
освітній рівень **другий (магістр)**  
освітня програма **«Прикладна та теоретична статистика»**  
вид дисципліни **обов'язкова**

Форма навчання **денна**  
Навчальний рік **2021/2022**  
Семестр **2**  
Кількість кредитів ECTS **5**  
Мова викладання, навчання  
та оцінювання **українська**  
Форма заключного контролю **іспит**

Викладачі: Мішура Ю.С., д.ф.-м.н., професор кафедри теорії ймовірностей та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

**КИЇВ - 2021**

Розробник: Мішура Ю.С., д.ф.м.н., професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО  
Зав. кафедри  
кафедри теорії ймовірностей,  
статистики та актуарної математики  
Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 31.08.2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від " 31 " 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії Олійник А.С. професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** – ознайомлення з методами теорії випадкових процесів. А саме, розглядаються процеси, які є мартингалами, досліджуються їх властивості, та розглядаються деякі важливі класи процесів, як процеси з неперервними траєкторіями та процеси без розривів другого роду.

## **2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* основи теорії ймовірностей та теорії міри.
2. *Вміти:* доводити основні результати з курсу “Теорія ймовірностей” та “Теорія міри”.
3. *Володіти елементарними навичками:* доведення граничних теорем із базового курсу теорії ймовірностей.

## **3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Статистика випадкових процесів» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» галузі знань 11 «Математика та статистика» зі спеціальності 112 «Статистика» освітньої програми «Прикладна та теоретична статистика».

Дана освітня компонента є обов’язковою. Вона базується на курсах «Математична статистика», «Комп’ютерна статистика» та «Теорія випадкових процесів». Розглядаються випадкові процеси з дискретним часом, лінійні процеси з неперервним часом, моделі регресії, дифузійні лінійні процеси, процеси з дробовими шумами і розв’язки стохастичних диференціальних рівнянь. В усіх цих моделях присутні невідомі параметри, якими ці моделі шкалюються, і які потрібно оцінити. Розглядаються різні методи оцінювання параметрів, області їх застосування і властивості оцінок. Також у навчальній дисципліні розглядається задача оптимальної лінійної фільтрації та будується її розв’язок у явному вигляді за умови сталих коефіцієнтів.

Викладається в 2-му семестрі в обсязі 150 год. (5 кредитів ECTS<sup>1</sup>) зокрема: лекції – всього 40 год, практичні – 8 год, консультації – 2 год, самостійна робота – 100 год. У дисципліні передбачено 2 змістових модулів та 2 модульні контрольні роботи. Завершується іспитом у 2-му семестрі.

**4. Завдання (навчальні цілі):** формування здатності розв’язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від статистики (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв’язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) Здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 8) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 9) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);
- 10) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері статистики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 11) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 12) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 13) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК-6);
- 14) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих статистичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати, як оцінюється параметр зсуву в лінійній регресійній моделі з дискретним часом у випадках відомого та невідомого початкового значення.	Лекція	Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді	5%
РН 1.2	Знати, як оцінюється коефіцієнт дифузії в лінійній регресійній моделі з дискретним часом.			10%
РН 1.3	Знати, як оцінюються параметри у моделі з дробовим броунівським рухом та дискретним або неперервним часом: оцінювання дифузії за допомогою квадратичних варіацій; оцінювання індексу Хюрста, оцінювання коефіцієнту зсуву.			5%
РН 1.4	Знати, як оцінюються параметри зсуву та дифузії в лінійній моделі з неперервним часом і вінерівським шумом.			10%
РН 1.5	Знати, як оцінюється параметр зсуву в найпростішій моделі авторегресії.			5%
РН 1.6	Знати, що таке задача оптимальної лінійної фільтрації і як її розв'язувати.			10%
РН 2.1	Вміти будувати оцінки параметру зсуву в лінійній регресійній моделі з дискретним часом у випадках відомого та невідомого початкового значення.	Лекція	Контрольна робота (60% правильних відповідей), іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	15%
РН 2.2	Вміти будувати оцінки параметрів зсуву та дифузії в лінійній моделі з неперервним часом і вінерівським шумом.			15%
РН 2.3	Вміти розв'язувати задачу оптимальної лінійної фільтрації.			10%

РН 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	Лекція	активна робота на лекціях, усні відповіді	5%
РН 4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційність, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.	Лекція	активна робота на лекціях, усні відповіді, іспит	5%
РН 4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			5%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	Програмні результати навчання												
	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 1.5	РН 1.6	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 3.1	РН 4.1	РН 4.2	
<b>ПРН-3-1</b> - Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері статистики	+	+	+	+	+	+							
<b>ПРН-3-2</b> - Відтворювати знання фундаментальних розділів статистики в обсязі, необхідному для володіння математичним та економічним апаратами відповідної галузі знань і використання статистичних методів у обраній професії	+	+	+	+	+	+	+	+	+				
<b>ПРН-3-3</b> - Володіти основами математичних дисциплін і економічних теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+	+	+	+	+	+				
<b>ПРН-У-1</b> - Уміти використовувати фундаментальні закономірності статистики у професійній діяльності							+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-2</b> - Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної та економічної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-3</b> - Доносити професійні	+	+	+	+	+	+				+	+	+	

знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу													
<b>ПРН-У-8</b> - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-10</b> - Усно й письмово спілкуватися рідною та англійською мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			
<b>ПРН-У-11</b> - Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації в галузі статистики, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей	+	+	+	+	+	+	+	+	+				

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. *Активна робота на лекції, усні відповіді:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1, РН4.1, РН4.2 – 20 балів/11 балів;

2. *Виконання завдань, винесених на самостійну роботу:* РН2.1, РН2.2, РН2.3 – 20 балів/12 бала;

3. *Контрольна робота 1:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН2.1, РН2.2 – 10 балів/6 балів;

4. *Контрольна робота 2:* РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.3 – 10 балів/6 балів;

#### - підсумкове оцінювання: іспит.

- *максимальна кількість балів, які можуть бути отримані:* 40 балів;

- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.1, РН2.2, РН2.3

- *форма проведення і види завдань:* письмова робота.

### 7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального

порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Завдання іспиту складається із 5 питань, перші три з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

#### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота: на 7-му тижні навчального періоду.
2. Контрольна робота: на 13-му тижні навчального періоду.

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1 «Лінійні регресійні моделі»</b>						
1	Властивості лінійної регресійної моделі з дискретним часом.	10	1	20		
2	Властивості лінійної авторегресійної моделі	8	1	20		
3	Властивості лінійної регресійної моделі з неперервним часом і вінерівським шумом	8	2	20	1	
<b>Змістовий модуль 2 «Задачі оптимальної фільтрації»</b>						
4	Задача оптимальної лінійної фільтрації	10	2	20		
5	Приклади застосувань	4	2	20	1	
Всього годин за семестр		40	8	100		

## ЗА НАВЧАЛЬНИМ ПЛАНОМ

**Загальний обсяг 150 годин, у тому числі:**

**лекції – 40 годин,**

**практичні – 8 годин,**

**самостійна робота – 100 годин,**

**консультації – 2 години.**

### **Рекомендовані джерела**

1. Ю. С. Мішура, К. В. Ральченко, Л. М. Сахно, Г.М. Шевченко «Випадкові процеси. Теорія. Статистика. Застосування». Видавничо-редакційний центр Київського національного університету імені Тараса Шевченка, - 2019
2. Yu. Mishura, G. Shevchenko «Theory and Statistical Applications of Stochastic Processes». Wiley-ISTE, 400 p. - 2017
3. K. Kubilius, Yu. Mishura, K. Ralchenko «Parameter Estimation in Fractional Diffusion Models». Bocconi & Springer Series, 380 p. – 2017

### **Додаткові:**

1. P. Olofsson, M. Andersson «Probability, Statistics, and Stochastic Processes» JOHN WILEY & SONS, INC – 2011
2. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – ВПЦ «Київський університет», 2007.- 494 с.