

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра геометрії, топології і динамічних систем



«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

2020 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальна геометрія та топологія
для студентів

галузь знань 11 «Математика та статистика»
спеціальність 111 «Математика»
освітній рівень перший (бакалавр)
освітня програма «Математика та викладання математичних дисциплін»
вид дисципліни обов'язкова

| | |
|---|------------|
| Форма навчання | денна |
| Навчальний рік | 2020/2021 |
| Семестр | 4 |
| Кількість кредитів ECTS | 3 |
| Мова викладання, навчання та оцінювання | українська |
| Форма заключного контролю | іспит |

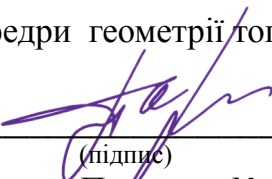
Викладачі: Білун Світлана Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри геометрії і динамічних систем

Пролонговано: на 2021/2022 н.р. О.М. Харитонов «31» серпня 2021 р.
(підпис, ПІБ, дата)
на 20__/20__ н.р. () «__» 20__ р.
(підпис, ПІБ, дата)

КИЇВ – 2020

Розробник: Білун Світлана Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри геометрії, топології і динамічних систем

ЗАТВЕРДЖЕНО
Завідувач кафедри геометрії топології і динамічних систем



(підпис)

(Парасюк І.О.)

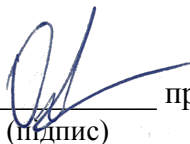
(прізвище та ініціали)

Протокол № 1 від "28" серпня 2020 року

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол № 1 від «31» серпня 2020 року

Голова науково-методичної комісії _____



(підпис)

професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

1. Мета дисципліни – ознайомлення з основними поняттями та положеннями диференціальної геометрії та топології, оволодіння базовими теоретичними та практичними методами застосування диференціального числення та лінійної алгебри до дослідження геометричних та топологічних властивостей кривих та поверхонь.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни

1. *Знати* основні поняття, факти і теореми математичного аналізу, аналітичної геометрії, лінійної алгебри, диференціальних рівнянь.

2. *Вміти* активно використовувати та творчо застосовувати зазначені вище знання в процесі опрацювання матеріалу курсу «Диференціальна геометрія та топологія».

3. *Володіти елементарними навичками* роботи з множинами, вміти знаходити їх об'єднання, перетин, різницю, рахувати образи і прообрази відносно відображень множин, дослідження функцій однієї та кількох змінних засобами математичного аналізу, обчислення невизначених та визначених інтегралів, застосування теореми про неявну функцію, розв'язування диференціальних рівнянь, зображення геометричних місць точок.

3. Анотація навчальної дисципліни. В курсі «Диференціальна геометрія та топологія» висвітлюються базові відомості, поняття, факти диференціальної геометрії, топології. Зокрема, розглядаються: геометричні властивості плоских та просторових кривих, їх геометричні інваріанти – кривина і скрут; основні поняття загальної топології, геометричні інваріанти двовимірних поверхонь в тривимірному просторі – перша та друга основні квадратичні форми поверхні, головні, повна (гаусова) та середня кривини.

4. Завдання (навчальні цілі). формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) учитися, здобувати нові знання, уміння (ЗК-1);
- 2) засвоювати знання та розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-2) ;
- 3) використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих наук (ЗК-3);
- 4) використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу (ЗК-4);
- 5) застосовувати професійні математичні знання й уміння на практиці (ЗК-5);
- 6) вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-7);
- 7) до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел (ЗК-8).
- 8) спроможність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (СК-1);
- 9) спроможність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, розуміти математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (СК-2);
- 10) здатність розуміти міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (СК-3);
- 11) спроможність розробляти математичну модель явищ, процесів та систем та переносити математичні знання у нематематичні контексти (СК-9) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих (СК -4);
- 12) Здатність до кількісного мислення (СК-5);
- 13) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (СК-6).

5. Результат навчання за дисципліною.

Табл.1

| Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність) | | Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання | Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання за необхідності | Відсоток у підсум- ковій оцінці з дисциплі- ни |
|--|--|--|--|---|
| Код | Результат навчання | | | |
| PH 1.1 | Знати: поняття регулярної кривої, поверхні та їх еквівалентних параметризацій. | лекція, самостійне опрацювання | опитування під час практичних занять | 5% |
| PH 1.2 | Знати: поняття довжина дуги кривої, натуральну параметризацію кривої. Поняття дотичної до кривої, стичної площини кривої. Тригранник Френе. Орти дотичної, головної нормалі та бінормалі. Кривина та скрут кривої. Формули Френе. Натуральні рівняння кривої. Формули для кривини та скруту для кривої. | лекція, самостійне опрацювання | опитування під час практичних занять | 10% |
| PH 1.3 | Знати поняття дотичної площини, першої та другої квадратичних форм поверхні; нормальної, головної, середньої та гаусової кривин. | лекція самостійне опрацювання | опитування під час практичних занять | 15% |
| PH 1.4 | Знати означення топологічного простору, топології, відкритої і замкненої множини. Уміти досліджувати різні властивості топологічних просторів. | | | 15% |
| PH 2.1 | Уміти складати рівняння кривих та поверхонь, перевіряти їх на регулярність, виконувати заміну параметра. Уміти знаходити довжину дуги, натуральну параметризацію, орти дотичної, головної нормалі та бінормалі, рівняння ребер і граней тригранника Френе, кривину та скрут, натуральні рівняння, стичне коло кривої | Практичне заняття самостійне опрацювання | перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, модульна контрольна робота | 15% |
| PH 2.2 | Уміти знаходити рівняння дотичної площини та нормалі, першу та другу квадратичні форми, довжину дуги кривої на поверхні, кут між кривими на поверхні, площу області на поверхні, нормальну, гаусову, середню та головні кривини, визначати тип точок на поверхні, обчислювати кривини кривих на поверхнях за допомогою першої та другої квадратичних форм. | практичне заняття самостійне опрацювання | перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, модульна контрольна робота | 15% |
| PH 2.3 | Вміти визначати чи є простір топологічним, знаходити відкриті, замкнені множини, замикання, внутрішність, граничні та ізольовані точки множини. Визначати чи є простір зв'язним, чи є він скрізь щільним або ніде не щільним | Практичне заняття самостійне опрацювання | перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, модульна контрольна робота | 15% |

| | | | | |
|-----------|--|--|---|----|
| РН 3.1 | Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій | Лекція, практичне заняття, самостійна робота | активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді | 5% |
| РН 3.2 | Вироблення навиків командної роботи | Лекція, практичне заняття, самостійна робота | активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді | 5% |

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни з програмними результатами

Табл.2

| Результати навчання дисципліни | Р | Р | Р | Р | Р | Р | Р | Р | Р |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н |
| Програмні результати навчання | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 |
| <i>(з опису освітньої програми)</i> | | | | | | | | | |
| РН-1 - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці | + | + | + | + | | | | + | + |
| РН-3 - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень; | + | + | + | + | | | | + | |
| РН-4 - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми; | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| РН-10 - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями ; | | | | | + | + | + | + | |
| РН-11 - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей | | | | | + | + | + | + | |
| РН-14 - Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| РН-16 - Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем | + | + | + | + | + | + | + | + | |

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 60 балів.

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1 – 3 бали/2 бали;
2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3– 12 балів/8 балів
3. Модульна контрольна робота 1: РН2.1–20 балів/12 балів;
4. Модульна контрольна робота 2: РН2.2, РН2.3– 20 балів/12 балів;
6. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1 – 5/3 бали.

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3
- форма проведення і види завдань: письмово-усна.

7.2 Організація оцінювання.

На кожній лекції викладачем фіксується активність студентів, рівень сприйняття матеріалу шляхом усного опитування, а також виконання завдань для позааудиторної роботи. Модульні контрольні роботи проводяться на 7-му та 14 тижнях 4-го семестру. Розподіл балів за всіма видами оцінювання наведений в табл.3. Студенти, які в семестрі набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум 35 балів*, допускаються до іспиту за умови написання додаткової роботи по добору балів за матеріалом відповідного семестру та доопрацювання завдань самостійної позааудиторної роботи на кількість балів, яка в сумі з набраними в семестрі складає не менше 35 .

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі МКР здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

7.3 Шкала відповідності оцінок

| | |
|--------------------------|----------|
| Відмінно/ Excellent | 90 – 100 |
| Добре/ Good | 75 – 89 |
| Задовільно/ Satisfactory | 60 – 74 |
| Не задовільно/ Fail | 0 – 59 |
| Зараховано/ Passed | 60 – 100 |
| Не зараховано/ Fail | 0 – 34 |

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій та самостійної роботи
V семестр

| № теми | Назва теми | Кількість годин | | | |
|------------------------------|--|-----------------|-----------|--------------|-------------------|
| | | Лекції | практичні | Консультації | Самостійна робота |
| 1 | <i>Вектор-функція скалярного аргументу. Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація кривої. Тригранник Френе. Кривина кривої. Скрут кривої. Формули Френе. Натуральні рівняння кривої. +-*.</i> | 7 | 3 | 1 | 23 |
| Модульна контрольна робота 1 | | | | | |
| 2 | <i>Дотична площина та нормаль. Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні. Довжина дуги кривої на поверхні. Кут між кривими на поверхні. Площа поверхні. Друга квадратична форма поверхні. Кривина кривої на поверхні. Нормальні перерізи. Нормальна кривина Головні напрями та кривини. Формула Ейлера. Повна та середня кривина поверхні. Типи точок на поверхні. Основні поняття топології.</i> | 7 | 4 | 1 | 23 |
| Модульна контрольна робота 2 | | | | | |
| | ВСЬОГО | 28 | 14 | 2 | 46 |
| | | | | | |

Загальний обсяг **90 год.**, в тому числі:

Лекції – **28 год.**

Практичні – **14 год.**

Самостійна робота - **46 год.**

Консультації – **2 год.**

9. Рекомендовані джерела

Основні (Базові):

1. С.В.Білун, І.М. Циганівська Збірник завдань до практичних занять з диференціальної геометрії. Теорія кривих. <http://mechmat.univ.kiev.ua/dload/pos/AGex1.pdf>
2. С.В.Білун, І.М. Циганівська "Збірник завдань до практичних занять з диференціальної геометрії. Теорія поверхонь." <http://mechmat.univ.kiev.ua/dload/pos/AGex2.pdf>
3. О.О.Пришляк. Диференціальна геометрія. К., Київ.ун-т, 2004.-68 с.
4. А. В. Погорелов. Дифференциальная геометрия. - М., 1974.
5. Дж. Торп, Начальные главы дифференциальной геометрии, М.: Мир, 1982. - 362 с.
6. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сборник задач, К., Вища школа, 1989.

Додаткові:

1. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. Курс дифференциальной геометрии и топологии. Изд-во Московского университета, 1980.
2. М. М. Постников. Лекции по геометрии. Семестр III. Гладкие многообразия: Учеб. пособие для вузов. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. - 480 с.
3. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. Харків: Основа, 1995. - 304 с.
4. О. Пришляк, Н. Лукова-Чуйко. Диференціальна геометрія та топологія. Курс лекцій. К., 2012.
5. Аминов Ю.А. Дифференциальная геометрия и топология кривых, М.: Наука, 1987. - 160 с.