

# КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра інтегральних і диференціальних рівнянь

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана  
з навчальної роботи



Харитонов О.М.

2020 року

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Диференціальні рівняння та їх застосування для студентів

галузь знань

11 «Математика та статистика»

спеціальність

111 «Математика»

освітній рівень

перший (бакалавр)

освітньо-професійна програма

«Математика та викладання математичних  
дисциплін»

вид дисципліни

обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020 /2021
Семестр	3,4
Кількість кредитів ECTS	8
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Касімова Ніна Василівна, к.ф.м.н., доцент, доцент кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь,  
Сукретна Анна Василівна, к.ф.м.н., доцент кафедри інтегральних і диференціальних рівнянь,  
Федоренко Юлія Володимирівна, асистент кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь

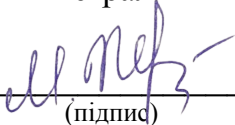
Пролонговано: на 2021/2022 н.р. О.М. Харитонов «31» серпня 2021 р.  
(підпис, ПІБ/дата)  
на 20\_\_/20\_\_ н.р. (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

КИЇВ – 2020

Розробники: **Касімова Ніна Василівна**, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь, **Сукретна Анна Василівна**, к.ф.-м.н., доцент кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри інтегральних і диференціальних рівнянь

  
\_\_\_\_\_ (підпис)

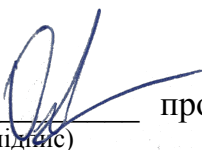
Перестюк М.О.

Протокол № 1 від "27" серпня 2020 року

Схвалено науково - методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «31» серпня 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_

  
\_\_\_\_\_ (підпис)

професор, д.ф.м.н. Олійник А.С.

**1. Мета дисципліни** – ознайомлення з основними поняттями та положеннями теорії диференціальних рівнянь, характерними прикладами її застосувань, оволодіння базовими теоретичними та практичними методами дослідження та розв'язування окремих класів диференціальних рівнянь.

**1. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни**

1. *Знати* основні поняття, факти і теореми математичного аналізу, аналітичної геометрії, лінійної алгебри, диференціальної геометрії, загальної топології.

2. *Вміти* активно використовувати та творчо застосовувати зазначені вище знання в процесі опрацювання матеріалу курсу «Диференціальні рівняння та їх застосування».

3. *Володіти елементарними навичками* дослідження функцій однієї та кількох змінних засобами математичного аналізу, обчислення невизначених та визначених інтегралів, дослідження збіжності числових та функціональних послідовностей, застосування теореми про неявну функцію, розв'язування лінійних алгебраїчних систем, знаходження власних чисел та власних векторів матриць, зображення геометричних місць точок.

**3. Анотація навчальної дисципліни.** Навчальна дисципліна «Диференціальні рівняння та їх застосування» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньо-професійної програми «математика та викладання математичних дисциплін». Дана дисципліна є обов'язковою.

У процесі викладання дисципліни «Диференціальні рівняння та їх застосування» висвітлюються базові відомості, поняття, факти теорії звичайних диференціальних рівнянь та квазілінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку. Зокрема, розглядаються: скалярні та векторні звичайні диференціальні рівняння першого та вищих порядків, квазілінійні диференціальні рівняння з частинними похідними; методи розв'язання окремих типів диференціальних рівнянь; питання існування розв'язків диференціальних рівнянь, їх єдиності, характеру залежності від початкових даних та параметрів, властивостей стійкості, на прикладах із різних областей знань (механіка, економіка, екологія, біологія, хімія, медицина тощо) показуються можливості використання звичайних диференціальних рівнянь в процесі пізнання навколишнього середовища, побудови і дослідження відповідних диференціальних моделей.

Викладається у 1 та 2 семестрі 2 курсу в обсязі 240 год. (8 (4 в третьому та 4 в четвертому) кредитів ECTS<sup>1</sup>) зокрема: лекції – всього 58 год (28 год. у третьому семестрі та 30 годин в четвертому)., практичні 58 год. (28 год. у третьому семестрі та 30 год. у четвертому), самостійна робота – 120 год. У курсі передбачено: 2 змістових модулі, 2 модульні контрольні роботи у третьому семестрі, а також 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи у четвертому семестрі. У третьому семестрі передбачено іспит. Завершується дисципліна іспитом у четвертому семестрі.

**4. Завдання (навчальні цілі):**

формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, в галузі середньої освіти, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій, концептуальних методів освітніх наук, психології, теорії та методики навчання і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- 4) Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

5) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;

6) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;

7) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;

8) Здатність до кількісного мислення;

9) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;

10) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;

11) Здатність до формування у учнів ключових і предметних компетентностей та здійснення міжпредметних зв'язків;

12) Володіння основами цілепокладання, планування та проектування процесу навчання учнів;

13) Здатність здійснювати об'єктивний контроль і оцінювання рівня навчальних досягнень учнів;

14) Здатність до пошуку ефективних шляхів мотивації дитини до саморозвитку (самовизначення, зацікавленості, усвідомленого ставлення до навчання);

15) Здатність здійснювати виховання на уроках і в позакласній роботі, виконувати педагогічний супровід процесів соціалізації учнів та формування їхньої культури;

16) Здатність аналізувати сприйняття та засвоєння учнями математичних фактів та методів із метою визначення ефективності використання прийомів та засобів навчання.

## 5. Результат навчання за дисципліною.

Табл.1

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсум- ковій оцінці з дисциплі- ни
Код	Результат навчання			
<i>3-й семестр</i>				
РН 1.1	Знати передумови виникнення теорії диференціальних рівнянь, означення диференціального рівняння 1-го порядку, розв'язку, поняття задачі Коші, поля напрямів, інтегральної кривої, ізоклини.	<i>Лекції, практичні заняття самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	3%
РН 1.2	Знати інтегровні типи диференціальних рівнянь першого порядку, поняття рівняння в повних диференціалах, інтегрувального множника, застосування рівнянь першого порядку до задач фізики, біології, хімії, економіки.	<i>Лекції, практичні заняття самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	3%
РН 1.3	Знати теореми Пеано та Пікара, поняття ламаної Ойлера, метод послідовних наближень, поняття продовження розв'язку, теорему Кнезера, теорему порівняння.			3%

PH 1.4	Знати поняття векторного поля та автономної системи на площині, точки спокою, фазової кривої, типи фазових портретів лінеаризованих систем.	<i>Лекції, практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	3%
PH 1.5	Знати поняття рівняння, не розв'язаного відносно похідної (неявного рівняння), теорему існування для неявного рівняння, рівняння Клеро та Лагранжа, поняття розв'язку в параметричному вигляді та суть методу параметризації, поняття особливого розв'язку.			3%
PH 2.1.	Уміти інтегрувати рівняння з відокремлюваними змінними, лінійне рівняння, рівняння Бернуллі, однорідне та квазіоднорідне рівняння, інтегрувати рівняння в повних диференціалах, застосовувати метод інтегрувального множника, застосовувати здобуті знання до розв'язування задач фізики, економіки, хімії, біології, що описуються за допомогою диференціальних рівнянь першого порядку.	<i>Практичні заняття самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	5%
PH 2.2.	Уміти перевіряти виконання умов теорем Пеано та Пікара, будувати послідовні наближення до розв'язків задач Коші, застосовувати теорему порівняння при дослідженні продовжуваності розв'язків, застосовувати до дослідження властивостей розв'язків задач фізики, економіки, хімії, біології, що описуються за допомогою диференціальних рівнянь.	<i>Практичні заняття самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	5%
PH 2.3.	Уміти знаходити області зростання, спадання, опуклості, вгнутості інтегральних кривих. застосовувати до дослідження властивостей розв'язків задач фізики, економіки, хімії, біології, що описуються за допомогою диференціальних рівнянь. Визначати типи та будувати фазові портрети лінеаризованих систем.			5%
PH 2.4.	Уміти розв'язувати неявні диференціальні рівняння методом параметризації. Знаходити особливі розв'язки неявних диференціальних рівнянь.			5%
<i>4-й семестр</i>				
PH 1.6	Знати типи диференціальних рівнянь, які допускають зниження порядку	<i>Лекції, практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	3%
PH 1.7	Знати загальний вигляд лінійного диференціального рівняння довільного порядку та системи лінійних диференціальних рівнянь, поняття фундаментальної системи розв'язків, вронскіана, формулу Остроградського-Ліувілля.			5%
PH 1.8	Знати вигляд ЛОР та ЛОС зі сталими коефіцієнтами, рівняння Ойлера,			3%

	характеристичний поліном, метод Ойлера для ЛОС зі сталими коефіцієнтами, структуру експоненти від матриці, метод невизначених коефіцієнтів, ЛНР, метод варіації довільних сталих, застосування до реальних математичних моделей з різних областей знань, що описуються за допомогою диференціальних рівнянь вищих порядків або системою диференціальних рівнянь.			
РН 1.9	Знати поняття лінійного рівняння другого порядку з регулярною особливою точкою, узагальненого степеневого ряду, постановку крайових задач для лінійних рівнянь 2-го порядку, поняття функції Гріна.	<i>Лекції, практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	3%
РН 1.10	Знати теореми існування, існування та єдиності розв'язку задачі Коші для систем диференціальних рівнянь, поняття про коректність задачі Коші, теорему про стійкість на відрізку розв'язку задачі Коші відносно збурень початкових даних та правих частин, теорему про неперевну та диференційовну залежність розв'язків від початкових даних та параметрів.	<i>Лекції, практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	4%
РН 1.11	Знати поняття стійкості та асимптотичної стійкості за Ляпуновим, теореми про стійкість лінійних систем, теорему про стійкість за першим наближенням.			5%
РН 1.12	Знати поняття першого інтеграла системи диференціальних рівнянь, повної системи інтегралів, поняття системи в симетричній формі, аналітичний критерій інтеграла, означення лінійного та квазілінійного рівняння з частинними похідними першого порядку, постановку задачі Коші для таких рівнянь, поняття системи характеристик.			3%
РН 2.5	Уміти розв'язувати окремі типи рівнянь вищих порядків.	<i>Практичні заняття самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 3 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях, іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	5%
РН 2.6	Уміти знаходити фундаментальні системи розв'язків для ЛОР та ЛОС зі сталими коефіцієнтами, розв'язувати лінійні рівняння та системи лінійних рівнянь методом невизначених коефіцієнтів та методом варіації довільних сталих, застосовувати здобуті знання до розв'язання задач різних областей знань, що моделюються за допомогою диференціальних рівнянь вищих порядків або системою диференціальних рівнянь.			8%
РН 2.7	Уміти інтегрувати ЛОР 2-го порядку рядами, розв'язувати крайові задачі для лінійних рівнянь 2-го порядку.			4%

PH 2.8	Уміти перевіряти виконання умов теорем Пеано та Пікара, теорем про залежність розв'язків від початкових даних та параметрів, будувати розвинення розв'язків за незалежною змінною та за параметрами.	<i>Практичні заняття самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 4 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях, іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	4%
PH 2.9	Уміти визначати стійкість положень рівноваги із застосуванням теореми простійкості за першим наближенням, застосовувати метод функцій Ляпунова для визначення стійкості положень рівноваги, засотосовувати набуті знання до дослідження властивостей розв'язків задач з різних галузей знань, що моделюються за допомогою відповідних систем диференціальних рівнянь.			8%
PH 2.10	Знаходити перші інтеграли систем методом інтегровних комбінацій. Розв'язувати лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку методом характеристик.			5%
PH 3.1	Здатність обгрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	<i>5%(по 2,5% в кожному семестрі)</i>
PH 3.2.	Вироблення навиків командної роботи	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	<i>5%(по 2,5% в кожному семестрі)</i>

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни з програмними результатами

Табл.2

Результати навчання дисципліни	РН 1	РН 1	РН 1	РН 1	РН 1	РН 2	РН 2	РН 2	РН 2	РН 1	РН 1	РН 1	РН 1	РН 1	РН 1	РН 1	РН 2	РН 2	РН 2	РН 2	РН 2	РН 2	РН 3	РН 3	
Програмні результати навчання	1	2	3	4	5	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	5	6	7	8	9	10	1	2	
<i>(з опису освітньої програми)</i>																									
<b>РН-1</b> - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці	+	+	+	+	+					+	+	+	+	+	+	+									
<b>РН-3</b> - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень			+		+		+				+	+	+	+	+									+	
<b>РН-4</b> - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+		
<b>РН-6</b> - Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			
<b>РН-7</b> - Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики																							+	+	



<b>РН-10</b> - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями						+	+	+	+								+	+	+	+	+	+	+	+
<b>РН-11</b> - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей						+	+	+	+								+	+	+	+	+	+		
<b>РН-16</b> - Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем							+	+	+		+		+	+	+	+			+	+	+		+	
<b>РН-21</b> - Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів							+																+	+
<b>РН-27</b> - Оперує базовими категоріями та поняттями математики	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>РН-41</b> - Здатний формувати в учнів розуміння основ математичного моделювання, готовність до застосування	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+



## 7. Схема формування оцінки

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

– оцінювання впродовж навчального періоду:

#### Оцінювання в третьому семестрі

- 1) Активність на заняттях, усні відповіді і виконання позааудиторної самостійної роботи: РН 1.1-РН1.5, РН 2.1-РН2.4, РН3.1 - 8 балів/5 балів.
- 2) Самостійні аудиторні письмові роботи: РН2.1, РН2.3 8 балів/4 бали
- 3) Виконання позааудиторних індивідуальних завдань: РН2.1-РН2.4, РН3.2- 12 балів/6 балів
- 4) Модульна контрольна робота №1: : РН1.1, РН1.2, РН2.1 - 16 балів/10 балів
- 5) Модульна контрольна робота №2: РН1.3-РН1.5, РН2.2-РН2.4- 16 балів/10 балів  
Разом 60 балів/35 балів.

#### Підсумкове оцінювання у 3 семестрі: іспит.

- *максимальна кількість балів, які можуть бути отримані:* 40 балів;
- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1- РН1.5, РН2.2, РН2.3, РН2.4
- *форма проведення і види завдань:* письмова робота.

#### Оцінювання в четвертому семестрі

- 6) Активність на заняттях, усні відповіді і виконання позааудиторної самостійної роботи: РН1.6-РН1.12, РН2.5-РН2.10, РН3.1 - 8 балів/5 балів.
- 7) Самостійні аудиторні письмові роботи РН2.5, РН2.6 - 8 балів/4 балів
- 8) Виконання позааудиторних індивідуальних завдань РН2.5-РН2.10, РН3.2 - 12 балів/6 балів
- 9) Модульна контрольна робота №1: РН2.5-РН2.7 - 16 балів/10 балів
- 10) Модульна контрольна робота №2: РН2.8-РН2.10 16 балів/10 балів  
Разом 60 балів/ 35 балів.

#### Підсумкове оцінювання у 4 семестрі: іспит.

- *максимальна кількість балів, які можуть бути отримані:* 40 балів;
- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.6-РН1.12, РН2.5-РН2.10.
- *форма проведення і види завдань:* письмова робота.

### 7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на заняттях передбачає, що на запитання викладача студенти за власною ініціативою наводять означення понять, формулювання тверджень, передбачених програмою дисципліни, демонструють власні розв'язання вправ і задач, беруть участь у дискусії щодо оптимальних способів отримання правильних результатів.

Позааудиторна самостійна робота передбачає опрацювання теоретичного матеріалу кожної лекції та виконання домашніх завдань – розв'язання вправ та задач на відповідну тему.

Самостійні аудиторні письмові роботи передбачають самостійне виконання студентом завдання невеликого обсягу під час практичного заняття з його подальшою перевіркою викладачем.

Позааудиторні індивідуальні завдання передбачають опрацювання теоретичного матеріалу і розв'язання задач, що охоплюють матеріал кожного змістового модуля, письмове оформлення, надання викладачу на перевірку і обговорення результатів виконання з викладачем.

#### У третьому семестрі

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить

**35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів, для добору балів до 35 отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових під час іспиту – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною.

**Терміни проведення форм оцінювання:**

1. Модульна контрольна робота №1: на 9-10-му тижні 3-го семестру.
2. Модульна контрольна робота №2: на 13-14-му тижні 3-го семестру
3. Оцінювання завдань самостійних аудиторних робіт за РН1- на 7-му тижні, за РН 2.3. на 12 тижні 3-го семестру.
4. Оцінювання позааудиторних індивідуальних завдань РН2.1-РН2.4, РН3.2 на 6-му, 9-му, 11-му, 12-му та 13-му тижнях відповідно.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту в 3-му семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

**У четвертому семестрі**

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів, для добору балів до 35 отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових під час іспиту – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною.

**Терміни проведення форм оцінювання:**

1. Модульна контрольна робота №3: на 9-10-му тижні 4-го семестру.
2. Модульна контрольна робота №4: на 13-14-му тижні 4-го семестру
3. Оцінювання завдань аудиторних самостійних робіт за РН2.5. на 2-му тижні, за РН2.6. на 5-му тижні, за РН2.9. на 11-му тижні 4-го семестру.
4. Оцінювання позааудиторних індивідуальних завдань РН2.5-РН2.10, РН3.2 на 3-му, 6-му, 8-му, 10-му, 12-му, 13-му тижнях відповідно.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту в 4-му семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

### 7.3 Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно/ Excellent</b>	90 – 100
<b>Добре/ Good</b>	75 – 89
<b>Задовільно/ Satisfactory</b>	60 – 74
<b>Не задовільно/ Fail</b>	0 – 59
<b>Зараховано/ Passed</b>	60 – 100
<b>Не зараховано/ Fail</b>	0 – 34

**8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план Лекцій та самостійної роботи**  
**III семестр**

№ теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	практичні	самост. робота	МКР	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1</b>						
<b>Скалярні диференціальні рівняння першого порядку</b>						
1	<p>Інтегрування окремих типів диференціальних рівнянь першого порядку</p> <p><i>Виникнення та основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь. Історична довідка. Геометричні та фізичні задачі, які приводять до звичайних диференціальних рівнянь. Означення диференціального рівняння 1-го порядку. Розв'язок. Задача Коші. Поле напрямів. Інтегральна крива. Інтегрування диференціальних рівнянь першого порядку. Рівняння з відокремлюваними змінними. Дослідження моделей біології, фізики, економіки (закон Мальтуса, охолодження кави, політ ракети, інтенсивність відчуттів). Заміни змінних в диференціальних рівняннях 1-го порядку. Однорідне та квазіоднорідне рівняння. Лінійне рівняння. Рівняння Бернуллі. Рівняння Ріккати. Застосування теорії диференціальних рівнянь першого порядку до дослідження моделі ефективності реклами, логістичної моделі, моделі дзеркала, що фокусує паралельні промені, моделі траєкторії польоту літаків</i></p>	6	10	18		
2	<p>Рівняння в повних диференціалах та інтегровальний множник</p> <p><i>Рівняння в повних диференціалах. Означення рівняння в повних диференціалах. Точні та замкнені диференціальні форми. Інтегрування в квадратурах. Інтегровальний множник. Означення інтегровального множника. Його існування та неєдиність. Деякі способи відшукування інтегровального множника. Застосування теорії диференціальних рівнянь першого порядку до дослідження моделі параболічного дзеркала, моделі концентрації речовини в рідині</i></p>	4	8	12	2	
<b>Змістовий модуль 2</b>						
<b>Елементи загальної та якісної теорії диференціальних рівнянь на площині</b>						
3	<p>Теорема існування, єдиності та продовжуваності розв'язку задачі Коші для рівняння 1-го порядку</p> <p><i>Теорема Пеано та Пікара. Ламані Ейлера. Формулювання теореми Пеано. Зведення задачі Коші до інтегрального рівняння. Метод послідовних наближень. Теорема Пікара. Обґрунтування збіжності методу послідовних наближень. Оцінка</i></p>	8	2	12		

	<p>відхилення точного і наближеного розв'язку. Єдиність розв'язку. Продовження розв'язку початкової задачі. Теорема про продовження графіка розв'язку за межі компакту. Непродовжувані розв'язки. Елементи геометричного аналізу розв'язків рівнянь першого порядку. Теорема Кнезера. Теорема про порівняння та її застосування до задачі про продовження розв'язку. Ізокліни, області зростання, спадання, опуклості, вгнутості інтегральних кривих. Застосування теорії існування, єдиності і продовжуваності розв'язків до дослідження властивостей розв'язків реальних фізичних, економічних, хімічних задач</p>					
4	<p>Симетричні рівняння та автономні системи на площині, класифікація їхніх портретів в околі особливої точки за лінійним наближенням</p> <p>Симетричні рівняння та автономні системи на площині. Поле напрямів та рівняння в симетричній формі. Векторні поля та автономні системи на площині. Фазові криві. Зв'язок з рівнянням у симетричній формі (рівнянням Пфаффа). Модель Лотки-Вольтерри. Її інтегрування та дослідження фазового портрету. Особливі точки. Лінеаризація рівняння Пфаффа та автономної системи в околі особливої точки. Лінеаризована система. Типи її фазових портретів: вузол, сідло, вироджений та дикритичний вузли, фокус, центр. Формулювання теореми Гробмана-Хартмана. Про проблему центра і фокуса.</p>	6	4	10		
5	<p>Неявні рівняння та особливі розв'язки</p> <p>Рівняння, не розв'язані відносно похідної (неявні рівняння). Теорема існування та єдиності розв'язку неявного рівняння. Особливість поняття єдиності розв'язку. Метод параметризації. Рівняння Лагранжа та Клеро. Геометрична інтерпретація неявного рівняння. Особливі розв'язки. Геометрична інтерпретація. Контактна площина. Регулярна точка. Дискримінантні криві та особливі розв'язки. Методи відшукування особливих розв'язків. Необхідні, а також достатні умови існування особливих розв'язків. Особливі розв'язки рівняння Клеро.</p>	4	4	8	2	
	<b>ВСЬОГО</b>	<b>28</b>	<b>28</b>	<b>60</b>	<b>4</b>	

Загальний обсяг 118 год., в тому числі:

Лекції – 28 год.

Практичні – 28 год.

Самостійна робота - 60 год.

Консультації – 2 год.

**IV семестр**

№ теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	, практичні	самост. робота	МК Р	Інші види контролю
<b>Змістовий модуль 3</b>						
<b>Диференціальні рівняння вищих порядків.</b>						
<b>Теорія лінійних диференціальних рівнянь та систем</b>						
6	<p>Інтегрування та зниження порядку диференціальних рівнянь вищих порядків. Лінійні диференціальні рівняння довільного порядку.</p> <p>Способи зниження порядку диференціальних рівнянь. Типи рівнянь, що допускають зниження порядку. Рівняння, які не містять шуканої функції та кількох перших її похідних. Неповні рівняння. Автономні рівняння. Однорідні та квазіоднорідні рівняння. Рівняння, які мають вигляд повної похідної та звідні до них.</p>	4	4	6		
7	<p>Лінійні диференціальні рівняння довільного порядку</p> <p>Формулювання теореми існування та єдиності розв'язку задачі Коші для лінійного рівняння. Лінійна залежність та незалежність системи функцій. Вронскіан та необхідна умова лінійної залежності. Простір розв'язків лінійного однорідного рівняння (ЛОР). Фундаментальна система розв'язків, її існування. Властивість вронскіана системи розв'язків ЛОР. Теорема про загальний розв'язок ЛОР. Побудова ЛОР за його фундаментальною системою розв'язків. Однозначність такої побудови. Формула Остроградського-Ліувілля. Формула Абеля. Зниження порядку лінійного рівняння за допомогою відомого нетривіального розв'язку. ЛОР зі сталими коефіцієнтами. Характеристичний поліном. Комплекснозначні розв'язки. Випадок простих коренів характеристичного полінома. Випадок кратних коренів характеристичного полінома. Рівняння Ейлера. Лінійне неоднорідне рівняння (ЛНР). Структура множини розв'язків лінійного неоднорідного рівняння. Лінійне рівняння зі сталими коефіцієнтами та квазіполіномом у правій частині. Метод невизначених коефіцієнтів. Його обґрунтування в нерезонансному та резонансному випадках. Метод комплексних амплітуд і відшукування частинного розв'язку рівняння. Метод варіації довільних сталих для лінійного неоднорідного рівняння. Застосування теорії ЛОР та ЛНР до дослідження коливних явищ: випадок простих коливань, розв'язок задачі з врахуванням сили опору (затухаючі коливання, сильне затухання,</p>	4	8	10		



	<i>критичне затухання), розв'язок задачі з врахуванням зовнішніх сил</i>					
8	Вибрані питання теорії лінійних диференціальних рівнянь другого порядку <i>Лінійне рівняння другого порядку з регулярною особливою точкою. Побудова розв'язків у вигляді узагальнених степеневих рядів. Структура другого лінійно незалежного розв'язку. Рівняння Бесселя. Крайові задачі для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Функція Гріна.</i>	3	2	8		
9	Системи лінійних диференціальних рівнянь <i>Загальна теорія лінійних однорідних систем. Теорема існування та єдиності розв'язку лінійної однорідної системи (ЛОС). Фазовий вектор. Лінійна система диференціальних рівнянь, еквівалентна лінійному рівнянню вищого порядку. Доведення теореми про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для ЛОР. Фундаментальна система розв'язків ЛОС, її існування. Фундаментальна матриця. Теорема про загальний розв'язок. Фундаментальна матриця. Теорема про загальний розв'язок. Формула Якобі. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Побудова фундаментальної системи розв'язків. Метод Ейлера та його узагальнення. Експонента матриці. Її властивості та структура. Лінійні неоднорідні системи (ЛНС). Лінійна система зі сталою матрицею та квазіполіноміальним вільним членом. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод варіації довільних сталих для ЛНС. Матрицант. Застосування теорії систем диференціальних рівнянь до дослідження задач екології (модель «хижак-жертва»), медицини (задача математичної теорії епідемії)</i>	4	6	8	2	
<b>Змістовий модуль 4</b>						
Основи загальної теорії систем диференціальних рівнянь та теорії стійкості						
10	Теорема про існування, єдиність, продовжуваність та характер залежності розв'язку задачі Коші від початкових даних та параметрів <i>Існування розв'язку задачі Коші. Теорема Пеано. Єдиність та продовжуваність розв'язків. Локальна умова Ліпшица та теорема про єдиність розв'язку задачі Коші. Теорема Пікара. Продовжуваність розв'язків. Поняття про коректність задачі Коші. Теорема про стійкість на відрізку розв'язку задачі Коші відносно збурень початкових даних та правих частин. Залежність розв'язків від початкових даних та параметрів. Неперервна залежність розв'язку задачі Коші від початкових даних та параметрів у природній області визначення. Теорема про диференційовність розв'язку задачі Коші за початковими значеннями, за початковими</i>	4		8		

	<i>даними та параметрами. Система у варіаціях. Існування вищих похідних розв'язків за початковими даними та параметрами. Асимптотичні розв'язки за незалежною змінною та за параметрами.</i>					
11	<i>Основи теорії стійкості розв'язків систем дифе-ренціальних рівнянь Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Стійкість лінійних систем. Стійкість лінійної системи зі сталою матрицею. Теорема про стійкість за першим наближенням. Основи прямого методу Ляпунова в теорії стійкості. Знаковизначені функції. Перша теорема Ляпунова про стійкість. Теорема про асимптотичну стійкість. Теорема Ляпунова про асимптотичну стійкість. Приклади застосування теорем про стійкість. Про теорему Четаєва про нестійкість та теорему про нестійкість за першим наближенням. Застосування теорії стійкості до дослідження властивостей розв'язків реальних задач фізики, економіки, хімії тощо</i>	4	6	8		
12	<i>Теорія перших інтегралів систем диференціальних рівнянь Перші інтеграли нормальних систем. Означення першого інтеграла. Його геометричний зміст. Аналітичний критерій інтеграла. Функціонально незалежні перші інтеграли. Умова незалежності перших інтегралів. Теорема про відшукування розв'язку задачі Коші за допомогою повного набору перших інтегралів. Перші інтеграли автономних систем та систем в симетричній формі. Автономна система та відповідна система у симетричній формі. Зв'язок між фазовими кривими першої та інтегральними кривими другої. Перші інтеграли автономної системи та системи у симетричній формі. Аналітичний критерій автономного інтеграла. Інтегровні комбінації. Приклад: Рівняння Ейлера руху тіла навколо точки закріплення.</i>	4	2	8		
13	<i>Метод характеристик розв'язування дифе-ренціальних рівнянь з частинними похідними першого порядку Відшукування загальних розв'язків лінійних та квазілінійних лінійних рівнянь з частинними похідними першого порядку. ЛОР з частинними похідними першого порядку. Система характеристик. Загальний розв'язок. Квазілінійне рівняння з частинними похідними першого порядку. Система характеристик. Інтегральні поверхні системи характеристик як розв'язки. Задача Коші для рівняння з частинними похідними першого порядку та її розв'язання методом характеристик. Теорема існування локального розв'язку задачі Коші. Рівняння Гопфа.</i>	3	2	4	2	

	<b>ВСЬОГО</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>60</b>	<b>4</b>	
--	---------------	-----------	-----------	-----------	----------	--

Загальний обсяг 122 год., в тому числі:

Лекцій – 30 год.

Практичні -30 год

Самостійна робота -60 год.

Консультації – 2 год.

## 9. Рекомендовані джерела

### *Основна (Базова):*

1. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. - Київ: Либідь, 2003 (3-е видання Київ: ВПЦ “Київський університет”, 2010)
2. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах – Київ:Либідь, 2003
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1985.
4. Диференціальні рівняння. Завдання для самостійної роботи./ Упорядн. В.М. Бурим та ін. – К.: ВПЦ Київський університет, 2000.
5. Перестюк М.О., Свіщук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь – Київ: Либідь, 2004.
6. Гудименко Ф.С. Збірник задач з диференціальних рівнянь / Ф.С. Гудименко, І.А. Павлюк, В.О. Волкова. – вид.2-ге, перер. і допов. – Київ : Вища школа, 1972. – 156с.

### *Додаткова:*

7. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М. Наука, 1984.
8. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння – Київ: Либідь, 2004.
9. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: ГИФМЛ, 1958.
10. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Высш. шк., 1967.
11. Іщук В.В., Позур С.В., Капустян О.В., Мельничук О.В. Крайові задачі – К., 2005. – 35с.