

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра геометрії, топології і динамічних систем**



«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
навчальної роботи
Харитонов О.М.
2020 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Лінійна алгебра
для студентів**

галузь знань
спеціальність
освітній рівень
освітня програма
вид дисципліни

11 «Математика та статистика»
111 «Математика»
перший (бакалавр)
«Математика та викладання математичних дисциплін»
обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	1, 2
Кількість кредитів ECTS	8
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Журавльов В.М., кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри геометрії, топології і динамічних систем

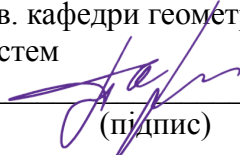
Пролонговано: на 20/20²² н.р. () « 31 » серпня 2024 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2020

Розробник: Журавльов В.М., кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри геометрії, топології і динамічних систем

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри геометрії, топології і динамічних систем


Парасюк І.О.
(підпис)

Протокол № 1 від 28 серпня 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету
Протокол від "31" серпня 2020 року №1

Голова науково-методичної комісії  професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

1. Мета дисципліни – забезпечити формування у студентів здатності застосовувати сучасні методи та теоретичні положення лінійної алгебри при розв’язуванні задач різних областей математики та її застосувань.

2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни відсутні.

3. Анотація навчальної дисципліни.

Навчальна дисципліна «Лінійна алгебра» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «Математика та викладання математичних дисциплін». Дана дисципліна є обов’язковою. У ній вивчаються властивості поля комплексних чисел, алгебри матриць, симетричної групи, кільця лишків та кільця многочленів однієї змінної, методи розв’язування систем лінійних рівнянь, визначники та їх застосування, властивості векторних просторів та лінійних операторів у векторних просторах, білінійні та квадратичні функції, евклідові простори – той базовий апарат і базові математичні поняття, що необхідні для оволодіння студентами здатністю використовувати загальні методи лінійної алгебри в подальших навчальних курсах, застосуванню в комп’ютерних науках, сприянню розвитку у студентів логічного та аналітичного мислення.

Викладається у **1 та 2 семестрах 1 курсу** в обсязі **240 год. (8 кредитів ECTS¹)** зокрема: *лекції – всього 58 год., практичні 58 год., самостійна робота – 120 год.* У курсі передбачено **4 змістових модулі та 4 модульні контрольні роботи.** Дисципліна в 1-му та 2-му семестрах завершується **іспитами.**

4. Завдання (навчальні цілі):

формування здатності розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, в галузі середньої освіти, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп’ютерних технологій, концептуальних методів освітніх наук, психології, теорії та методики навчання і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1);
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2);
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-3);
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-7);
- 5) Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання (СК-1);
- 6) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі (СК -2);
- 7) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- логічну послідовність, у тому числі відрізнити основні ідеї від деталей і технічних викладок (СК -3);
- 8) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих (СК -4);
- 9) Здатність до кількісного мислення (СК-5);
- 10) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (СК-6);
- 11) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей (СК-7);
- 12) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (СК-8);
- 13) Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символьних розрахунків (СК-10);
- 14) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (СК-12).

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація.)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
1 семестр				
РН 1-1.1	Знати основні поняття поля комплексних чисел	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Іспит, колоквіум (60% правильних відповідей), активна робота на лекції, усні відповіді</i>	6%
РН 1-1.2	Знати типи систем лінійних рівнянь			6%
РН 1-1.3	Знати основні поняття арифметичного векторного простору			6%
РН 1-1.4	Знати основні поняття алгебри матриць			6%
РН 1-1.5	Знати основні властивості визначників			6%
РН 1-1.6	Знати основні властивості симетричної групи			6%
РН 1-1.7	Знати основні поняття теорії подільності многочленів			6%
РН 1-1.8	Знати властивості кільця лишків			6%
РН 1-1.9	Знати основні поняття та властивості кільця многочленів та їх застосування			6%
РН 1-2.1	Вміти виконувати арифметичні дії над комплексними числами	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), колоквіум (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях,</i>	6%
РН 1-2.2	Вміти розв'язувати системи лінійних рівнянь			6%
РН 1-2.3	Вміти обчислювати визначники			6%
РН 1-2.4	Вміти виконувати основні дії над матрицями			6%

			<i>іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	
PH 1-2.5	Вміти здійснювати обрахунки в кільці лишків	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Колоквіум (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях, іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	6%
PH 1-2.6	Вміти знаходити найбільший спільний дільник многочленів			6%
PH 1-2.7	Вміти досліджувати многочлени на незвідність над різними полями (кільцями)			6%
PH 1-3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	2%
PH 1-3.2	Вироблення навиків командної роботи	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	2%
2 семестр				
PH 2-1.1	Знати властивості векторного простору та відображень векторних просторів	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	12%
PH 2-1.2	Знати основні положення теорії квадратичних форм			12%
PH 2-1.3	Знати основні типи векторних просторів зі скалярним (унітарним) добутком та їх властивості			12%
PH 2-2.1	Вміти визначати лінійну залежність/незалежність об'єктів векторного простору, переобирати базу у векторному просторі	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	12%
PH 2-2.2	Вміти зводити до жорданової нормальної форми матрицю і знаходити жорданів базис лінійного оператора			12%
PH 2-2.3	Вміти зводити до канонічного вигляду квадратичні форми	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 3 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	12%
PH 2-2.4	Вміти виконувати обрахунки у векторних просторах зі скалярним (унітарним) добутком			12%

PH 2-3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	8%
PH 2-3.2	Вироблення навиків командної роботи	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	8%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р
	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н
Програмні результати навчання	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	1	2	2
PH-1 - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;	+	+	+	+	+	+	+	+	+				+	+		+			+
PH-3 - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;										+	+	+	+	+	+	+			
PH-4 - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми	+	+	+	+	+	+	+	+	+									+	
PH-10 - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності										+	+	+	+	+	+	+			+

між поставленою задачею й відомими моделями;																			
РН-11 - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;		+		+	+		+			+	+			+		+	+		
РН-15 - Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+		+	+		
РН-21 - Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів										+	+	+	+	+	+	+	+		
РН-27 - Оперувати базовими категоріями та поняттями математики	+	+	+			+	+											+	+

Результати навчання дисципліни	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р
	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н
Програмні результати навчання	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3
	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
	1	2	3	1	2	3	4	1	2	2
РН-1 - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;	+	+	+					+	+	
РН-3 - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;				+	+	+	+			
РН-4 - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми	+	+	+					+		
РН-10 - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;	+	+	+	+	+	+	+			

PH-11 - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;				+	+	+	+		
PH-15 - Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур	+	+	+	+			+	+	
PH-21 - Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів				+	+	+	+	+	
PH-27 - Оперувати базовими категоріями та поняттями математики	+	+	+	+	+	+	+	+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

Оцінювання впродовж навчального періоду:

1 семестр

1. Виконання завдань самостійної роботи: PH 1-2.1, PH 1-2.2, PH 1-2.3, PH 1-2.4, PH 1-2.5, PH 1-2.6, PH 1-2.7 – 8 балів/4 бали;

2. Активна робота на лекції: PH 1-1.1, PH 1-1.2, PH 1-1.3, PH 1-1.4, PH 1-1.5, PH 1-1.6, PH 1-1.7, PH 1-1.8, PH 1-1.9 – 3 бали/2 бали;

2. Модульна контрольна робота 1: PH 1-2.1, PH 1-2.2, PH 1-2.3, PH 1-2.4 – 25 балів/9 балів;

3. Колоквіум: PH 1-1.1, PH 1-1.2, PH 1-1.3, PH 1-1.4, PH 1-1.5, PH 1-2.1, PH 1-2.2, PH 1-2.3, PH 1-2.4 – 20 балів/8 балів;

4. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH 1-2.1, PH 1-2.2, PH 1-2.3, PH 1-2.4, PH 1-2.5, PH 1-2.6, PH 1-2.7 – 4 балів/2 бали.

Підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH 1-1.1, PH 1-1.2, PH 1-1.3, PH 1-1.4, PH 1-1.5, PH 1-1.6, PH 1-1.7, PH 1-1.8, PH 1-1.9, PH 1-2.1, PH 1-2.2, PH 1-2.3, PH 1-2.4, PH 1-2.5, PH 1-2.6, PH 1-2.7;

- форма проведення і види завдань: письмово-усна.

2 семестр

1. Виконання завдань самостійної роботи: PH 2-2.1, PH 2-2.2, PH 2-2.3, PH 2-2.4 – 6 бали/3 бали;

2. Активна робота на лекції: PH 2-1.1, PH 2-1.2, PH 2-1.3 – 3 бали/2 бали;

2. Модульна контрольна робота 2: PH 2-2.1, PH 2-2.2 -2.4 – 25 балів/10 балів;

3. Модульна контрольна робота 3: PH 2-2.3, PH 2-2.4 – 22 бали/8 балів;

4. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH 2-2.1, PH 2-2.2, PH 2-2.3, PH 2-2.4 – 4 балів/2 бали.

Підсумкове оцінювання: іспит.

- *максимальна кількість балів, які можуть бути отримані:* 40 балів;
- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН 1-1.1, РН 1-1.2, РН 1-1.3, РН 1-1.4, РН 1-1.5, РН 1-1.6, РН 1-1.7, РН 1-1.8, РН 1-1.9, РН 1-2.1, РН 1-2.2, РН 1-2.3, РН 1-2.4, РН 1-2.5, РН 1-2.6, РН 1-2.7;
- *форма проведення і види завдань:* письмово-усна.

7.2. Організація оцінювання:

Виконання завдань самостійної роботи передбачає вчасне виконання домашніх завдань.

Активна робота на лекція передбачає виконання тестових та інших завдань за лекційним матеріалом.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка з дисципліни є незадовільною.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. *Модульна контрольна робота №1: на 7-му тижні 1 семестру.*
2. *Колоквіум: на 10-му тижні 1 семестру.*
2. *Модульна контрольна робота №2: на 12-му тижні 1 семестру.*
3. *Модульна контрольна робота №3: на 7-му тижні 2 семестру.*
4. *Модульна контрольна робота №4: на 14-му тижні 2 семестру.*

Форма іспиту в кожному семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із двох частин: тестової та основної. Завдання тестової частини є стандартними задачами (оцінюється від 0 до 24 балів), завдання основної частини є теоретичним питанням з доведенням та дві задачі для розв'язання (оцінюється від 0 до 8 балів). Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

7.3. Шкала відповідності оцінок:

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Консультації	Інші форми контролю
1 семестр						
Змістовий модуль 1. Поле комплексних чисел. Системи лінійних рівнянь, арифметичні векторні простори. Алгебра матриць, визначники						
1	Поле комплексних чисел	6	6	12		
2	Системи лінійних рівнянь. Арифметичний векторний простір	4	4	10		
3	Алгебра матриць. Симетрична група. Теорія визначників	8	8	16	1	
Змістовий модуль 2. Кільце лишків. Кільце многочленів однієї змінної						
4	Кільце лишків	4	2	10		
5	Подільність многочленів, кільце многочленів однієї змінної	6	8	14	1	
Всього годин		28	28	62	2	
2 семестр						
Змістовий модуль 3. Лінійні відображення						
1	Векторні простори	4	4	10		
2	Відображення векторних просторів	12	12	22	1	
Змістовий модуль 4. Квадратичні функції. Евклідові і унітарні простори та оператори на них						
3	Білінійні та квадратичні функції форм	6	6	10		
4	Евклідові і унітарні простори та оператори на них	8	8	16	1	
Всього годин		30	30	58	2	

Загальний обсяг 240 годин, у тому числі:

лекції – 58 годин,

практичні заняття – 58 годин,

самостійна робота – 120 годин.

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. О.О.Безущак, О.Г.Ганюшкін, Є.А. Кочубінська, Навчальний посібник із лінійної алгебри, ВПЦ Київ. універ., 2019.
2. О.О.Безущак, О.Г.Ганюшкін, Є.А. Кочубінська, Завдання до практичних занять з лінійної алгебри, ВПЦ Київ. універ., 2016.
3. О.О.Безущак, О.Г.Ганюшкін, Завдання до практичних занять з лінійної алгебри (векторні простори), ВПЦ Київ. універ., 2010.
4. С.Т.Завало, Курс алгебри, К.: Вища школа, 1985.
5. А.И.Кострикин, Введение в алгебру: в 3 ч. Ч.І. Основы алгебры, М.Физматлит, 2000.
6. А.И.Кострикин, Введение в алгебру: в 3 ч. Ч.ІІ. Линейная алгебра М.Физматлит, 2004.
7. Сборник задач по алгебре под ред. А.И.Кострикина, М.: Физ.-мат. литература, 2001.
8. D.C.Lay, Linear Algebra and Its Applications (4th ed.), Addison Wesley, 2012.
9. D.Poole, Linear Algebra: A Modern Introduction (4th ed.), Cengage-Brooks/Cole, 2014.

Додаткові:

1. Э.Б.Винберг, Курс алгебры, М.: Факториал, 2002.
2. Л.И.Головина, Линейная алгебра и некоторые ее приложения, 3-е изд., М.: Наука, 1979.
3. Л.А.Калужнін, В.А.Вишенський, Ц.О.Шуб, Лінійні простори, К.:Вища школа, 1971.
4. А.Г.Курош, Курс высшей алгебры, М.: Наука, 1985.
5. И.В.Проскураков, Сборник задач по линейной алгебре, М. 2000.
6. Д.К.Фаддеев, Лекции по алгебре, М.: Наука, 1984.