

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра геометрії, топології і динамічних систем

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи
Механіко-
Математичний
факультет Харитонов О.М..
« 31 » серпня 2021 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальна геометрія та топологія для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Математика»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	3, 4
Кількість кредитів ECTS	8
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Пришляк Олександр Олегович, д.ф.-м.н., професор кафедри геометрії, топології і динамічних систем; Бабич Вячеслав Михайлович к.ф.-м.н., доцент кафедри геометрії, топології і динамічних систем; Білун Світлана Володимирівна, к.ф.-м.н., асистент кафедри геометрії, топології і динамічних систем.

Пролонговано: на 20²²/20²³ н.р.
на 20 /20 н.р.

О.М. Харитонов) « 31 » серпня 20²² р.
() « » 20 р.

КИЇВ – 2021

Розробник: Пришляк Олександр Олегович, д.ф.-м.н., професор кафедри геометрії, топології і динамічних систем.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри геометрії, топології і динамічних систем

_____ 

Парасюк І.О.

Протокол № 8 від 15 березня 2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від “30” березня 2021 року №8

Голова науково-методичної комісії _____  професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

Мета дисципліни – ознайомлення з основними поняттями та положеннями диференціальної геометрії та топології, оволодіння базовими теоретичними та практичними методами застосування диференціального числення та лінійної алгебри для дослідження геометричних та топологічних властивостей кривих, поверхонь, многовидів....

1. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основні поняття, факти і теореми математичного аналізу, аналітичної геометрії, лінійної алгебри
2. *Вміти:* активно використовувати та творчо застосовувати зазначені вище знання в процесі опрацювання матеріалу курсу «Диференціальна геометрія та топологія».
3. *Володіти елементарними навичками:* дослідження функцій однієї та кількох змінних засобами математичного аналізу, обчислення невизначених та визначених інтегралів, дослідження збіжності числових та функціональних послідовностей, застосування теореми про неявну функцію, розв'язування лінійних алгебраїчних систем, знаходження власних чисел та власних векторів матриць, зображення геометричних місць точок .

3. Анотація навчальної дисципліни:

Навчальна дисципліна «Диференціальна геометрія та топологія» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «математика». Дана дисципліна є обов'язковою.

В курсі «Диференціальна геометрія та топологія» висвітлюються базові відомості, поняття, факти диференціальної геометрії, топології та тензорного числення. Зокрема, розглядаються: геометричні властивості плоских та просторових кривих, їх геометричні інваріанти – кривина і скрут; основні поняття загальної топології, різні топологічні конструкції та топологічні властивості; геометричні інваріанти двовимірних поверхонь в тривимірному просторі – перша та друга основні квадратичні форми поверхні, головні, повна (гаусова) та середня кривини, геодезичні лінії; властивості многовидів, різні означення та приклади тезорів, операції з ними та їх застосування.

Викладається у **3, 4 семестрах 2 курсу** в обсязі **240 год. (8 кредитів ECTS¹, 4 кредита в першому семестрі і 4 кредита в другому семестрі)** зокрема: *лекції – всього 58 год. (28 год. у першому семестрі та 30 год. у другому семестрі), практичні 56 год. (по 28 годин у кожному семестрі), консультації 6 год. (4 год. у першому семестрі та 2 год. у другому семестрі), самостійна робота – 120 год. (по 30 годин у кожному семестрі)*. У курсі передбачено 4 змістових модулі та 4 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна **іспитами у третьому та четвертому семестрах**.

Завдання (навчальні цілі):

формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях ;
- 3) Знання й розуміння математики та професійної діяльності;
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 5) Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- 6) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);
- 7) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.
- 8) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
- 9) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу;
- 10) Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- 11) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
- 12) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- 13) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
- 14) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- 15) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
- 16) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- 17) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
- 18) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 19) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних;
- 20) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі;
- 21) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків.

5. Результати навчання за дисципліною:

Підсумкова оцінка двосеместрової дисципліни розраховується за формулою: Підсумкова оцінка двосеместрової дисципліни розраховується за формулою: $Q = k_1 Q_1 + k_2 Q_2$, де $k_1=0,4$, $k_2=0,6$ ($k_1+k_2=1$), Q_1, Q_2 – вагові коефіцієнти балів та бали в першому і другому семестрах, відповідно.

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація.)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
<i>1 семестр</i>				
РН 1.1	Знати поняття гладкої кривої, дотичного вектора, регулярної точки, гомеоморфізма, еквівалентних параметризацій;	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	5%
РН 1.2	Знати поняття дотичної, нормалі, бінормалі, кривини, скрута та їх рівняння			5%

PH 1.3	Знати означення топологічного простору, відкритих та замкнених множин, околу, бази, внутрішності та замикання			5%
PH 1.4	Знати поняття індукованої топології на підпросторі, неперервного відображення та гомеоморфізм, поняття зв'язності та лінійної зв'язності, тихонового добутку. Аксиоми відокремлюваності, компактності			5%
PH 2.1	Вміти знаходити кривину та скрут кривої, особливі точки та їх тип	Практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспити, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	7,5%
PH 2.2	Вміти рівняння дотичної, нормалі та бінормалі кривої, центр та радіус кривини, порядок дотику кривих			7,5%
PH 2.3	Вміти знаходити знаходити замикання та внутрішність множини, внутрішні та граничні точки, топологічні властивості заданих просторів, перевіряти чи гомеоморфні задані топологічні простори, будувати нові топологічні простори, використовуючи незв'язні суми, підпростори, фактор простори, топологічні добутки.	Практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	10%
2 семестр				
PH 1.5	Знати означення поверхні, дотичної площини, першої та другої квадратичних форм поверхні; нормальної, головної, середньої та гаусової кривин	Лекція, практичне заняття	Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді	5%
PH 1.6	Знати означення та приклади гладких многовидів, гладких відображень многовидів, дотичного вектора, дотичного простору			5%
PH 1.7	Знати поняття диференціала відображення многовидів, занурення та вкладення, топологічну класифікацію двовимірних многовидів			5%
PH 1.8	Знати означення та приклади тензорів та операцій з ними, тензора кривини та скругу			
PH 2.4	Вміти знаходити першу та другу квадратичні форми, гаусову та середню кривини, головні кривини, геодезичну кривину, рівняння асимптотичної та геодезичних ліній, визначати тип точок на поверхні	Практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота 3 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	7,5%
PH 2.5	Вміти будувати атлас карт многовида та перевіряти його гладкість та орієнтованість, знаходити диференціал відображення многовидів та його ранг			7,5%

PH 2.6	Вміти знаходити компоненти тензора в різних системах координат, лінійні комбінації тензорів, переставляти індекси, згортку, тензорний добуток, опускати та піднімати індекси, коваріантну похідну, ріманову зв'язність, тензори кривини і скруту.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 4 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	15%
PH 3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	5%(по 2,5% в кожному семестрі)
PH 3.2.	Вироблення навиків командної роботи	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	5%(по 2,5% в кожному семестрі)

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни									
	PH 1.1	PH 1.2	PH 1.3	PH 1.4	PH 2.1	PH 2.2	PH 2.3	PH 3.1	PH 3.2	
PH-1 - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
PH-3 - Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
PH-4 - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
PH-10 - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності	+	+	+	+	+	+	+	+	+	

між поставленою задачею й відомими моделями ;									
PH-11 - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей	+	+	+	+	+	+	+	+	+
PH-14 - Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач	+	+	+	+	+	+	+	+	+
PH-16 - Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем (PH-16);	+	+	+	+	+	+	+	+	+
PH-24 - Зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій	+	+	+	+	+	+	+	+	+
PH-26 - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми	+	+	+	+	+	+	+	+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду

Оцінювання в першому семестрі

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH3.1, PH3.2 – 6 балів/3 балів;

2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.1, PH2.2, PH2.3 – 8 балів/4 бали

3. Модульна контрольна робота 1: PH1.1, PH1.2, PH2.1, PH2.2 – 20 балів/12 балів;

4. Модульна контрольна робота 2: PH1.3, PH1.4, PH2.3 – 20 балів/13 балів;

6. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH3.1, PH3.2, – 6 балів/3 балів;

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2, PH2.3;

- форма проведення і види завдань: письмова робота.

Оцінювання в другому семестрі

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: PH1.5, PH1.6, PH1.7, PH1.8, PH2.4, PH2.5, PH2.6, PH3.1, PH3.2 – 6 балів/3 балів;

2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.4, PH2.5, PH2.6 – 8 балів/4 бали

3. Модульна контрольна робота 3: PH1.5, PH1.6, PH2.4, PH2.5 – 20 балів/12 балів;

4. Модульна контрольна робота 4: PH1.7, PH1.8, PH2.6 – 20 балів/13 балів;

6. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН3.1, РН3.2, – 6 балів/3 балів;

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН1.8, РН2.4, РН2.5, РН2.6;

- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекція передбачає відповіді на запитання, що ставляться на лекціях, участь у опитуваннях, постановка запитань до лектора.

Самостійна робота передбачає опрацювання теоретичного матеріалу та розв'язання задач.

В першому семестрі.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту в кожному семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет в першому семестрі складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 10 балів. Екзаменаційний білет в другому семестрі складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота №1: на 6-му тижні 1 семестру.

2. Модульна контрольна робота №2: на 12-му тижні 1 семестру

3. Оцінювання завдань самостійної роботи за РН2.1 на 4-му тижні, за РН2.2 на 8 тижні, за РН2.3 на 12 тижні 1 семестру

В другому семестрі.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання.

Форма іспиту в кожному семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота №3: на 6-му тижні 2 семестру.
2. Модульна контрольна робота №4: на 12-му тижні 2 семестру
3. Оцінювання завдань самостійної роботи за РН2.4 на 4-му тижні, за РН2.5 на 8 тижні, за РН2.6 на 12 тижні 2 семестру

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та передачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

1-й семестр

теми	Назва теми I семестр	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Модульна контрольна	Інші форми контролю
Змістовий модуль 1 „Загальна топологія”						
1	Топологічні простори та їх підмножини	6	6	12		
2	Топологічні властивості та конструкції	10	10	20	2	
Змістовий модуль 2 „Теорія кривих”						
3	Регулярні криві тривимірному просторі. Кривина та скрут	6	6	14		
4	Криві на площині та в n-вимірному просторі	6	6	14	2	
Всього годин за I семестр		28	28	60	4	

2-й семестр

теми	Назва теми II семестр	Кількість годин				
		лекції	практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
Змістовий модуль 3 Теорія поверхонь						
1	Кривини регулярних поверхонь	8	6	15		
2	Лінії на поверхнях	8	8	14	2	
Змістовий модуль 4 Тензори на многовидах						
3	Гладкі многовиди	8	8	14		
4	Тензорне числення	6	6	17	2	
Всього годин за II семестр		30	28	60	4	

Загальний обсяг 240 годин, у тому числі:

лекції – 58 годин,

практичні заняття – 56 годин,

консультації – 6 годин,

самостійна робота – 120 годин.

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. - Х.: Основа, 1995. – 209 с.
2. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сб. задач, К.: Вища шк., 1989. -398 с.
3. О.О.Пришляк. Диференціальна геометрія. Курс лекцій. - К., Київ. ун-т, 2004.-68 с.
4. О.Пришляк, Н.Лукова-Чуйко. Диференціальна геометрія та топологія. Курс лекцій. К., Зовнішня торгівля, 2012. – 80 с.
5. Mishchenko A. A course of differential geometry and topology / A.Mishchenko, A.Fomenko - М: Mir, 1988. – 455 p.

Додаткові:

1. Burns, Keith; Gidea, Marian. Differential geometry and topology. Studies in Advanced Mathematics.– Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC, 2005. – 389 p.
23. Кованцов М.І. Диференціальна геометрія : навч.пос. / М.І. Кованцов. – Київ : Вища школа, 1973. – 276 с.
4. Стеганцева П.Г. Диференціальна геометрія : курс лекцій– Запоріжжя : Запорізь. нац. ун-т, 2014. – 143 с.
5. Позняк Э. Г., Шикин Е. В., Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. – М.: МГУ, 1990. – 384 с.
6. Рашевский П. К., Курс дифференциальной геометрии. - М, ГИТЛ, 1956. – 420 с.