

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Математична статистика
з елементами теорії випадкових процесів
для студентів**

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Математика»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	6
Кількість кредитів ECTS	4
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Шевченко Георгій Михайлович, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

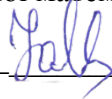
Пролонговано: на 20²²/20²³ н.р.) «31» серпня 20²² р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2021

Розробник: Шевченко Георгій Михайлович, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



Мішура Ю.С.

Протокол № 11 від 22 березня 2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від “30” березня 2021 року №8

Голова науково-методичної комісії  професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

1. Мета дисципліни – ознайомлення з математичними аспектами статистики, основами статистичних методів і висновків, параметричного і непараметричного оцінювання, точкового й інтервального оцінювання, перевірки гіпотез, регресії, дисперсного аналізу.

2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни:

1. *Знати* основні поняття, факти і теореми теорії ймовірностей і теорії міри.
2. *Вміти* активно використовувати та творчо застосовувати зазначені вище знання в процесі опрацювання матеріалу курсу «Математична статистика з елементами теорії випадкових процесів».
3. *Володіти навичками* роботи з випадковими величинами, ймовірнісними просторами, мірою та інтегралом Лебега.

3. Анотація навчальної дисципліни.

«Математична статистика з елементами теорії випадкових процесів» включає в себе математичну теорію статистичного оцінювання, зокрема, означення статистичного простору, спостереження, вибірки, статистичні оцінки та їхні властивості, інтервальні оцінки, статистичні гіпотези, елементи регресійного аналізу.

Викладається у 6 семестрі 3 курсу в обсязі 120 год. (4 кредити ECTS), в тому числі 34 год. лекцій, 24 год. практичних, 60 год. самостійної роботи, 2 год консультацій. У курсі передбачено **2 змістові модулі** та **2** модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна іспитом у 6 семестрі.

4. Завдання (навчальні цілі):

формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- 4) Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій;
- 5) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- 6) Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- 7) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);
- 8) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя;
- 9) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
- 10) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу;

- 11) Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- 12) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
- 13) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізнити основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- 14) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
- 15) Здатність до кількісного мислення;
- 16) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- 17) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
- 18) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- 19) Здатність застосовувати спеціалізовані мови програмування та пакети прикладних програм;
- 20) Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символних розрахунків;
- 21) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
- 22) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 23) Здатність формулювати складні задачі оптимізації та прийняття рішень й інтерпретувати їхні розв'язки в оригінальному контексті цих задач;
- 24) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних;
- 25) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі;
- 26) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1, знати; 2, вміти; 3, комунікація; 4, автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
1.1	Знати означення статистичного ймовірнісного простору.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №1, опитування під час практичних занять	5%
1.2	Знати означення спостереження та вибірки.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №1 опитування під час практичних занять	5%
1.3	Знати означення та властивості статистичних оцінок.	лекція самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №1 опитування під час практичних занять	5%
1.4	Знати означення та властивості	лекція,	Іспит, контрольна	5%

	варіаційного ряду, порядкових статистик, квантилів.	самостійне опрацювання	робота №1 опитування під час практичних занять	
1.5	Знати означення та властивості емпіричної функції розподілу.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять	5%
1.6	Знати означення та властивості емпіричних моментів.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять	5%
1.7	Знати означення та властивості вірогідності.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять	5%
1.8	Знати означення та властивості інтервальних оцінок.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, контрольна робота №2 опитування під час практичних занять	5%
1.9	Знати теорію статистичної перевірки гіпотез.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, опитування під час практичних занять	5%
1.10	Знати основи лінійної регресії.	лекція, самостійне опрацювання	Іспит, опитування під час практичних занять	5%
2.1	Уміти визначати варіаційний ряд, квантилі, медіану, вибіркове середнє та вибіркочу дисперсію вибірки.	практичне заняття, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №1, іспит	5%
2.2	Уміти визначати емпіричну функцію розподілу, емпіричні моменти, вірогідність вибірки.	практичне заняття, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №1, іспит	5%
2.3	Уміти перевіряти властивості статистичних оцінок: незміщеність, конзистентність, асимптотичну нормальність	практичне заняття, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №1, іспит	5%
2.4	Уміти будувати оцінки методом моментів і методом максимальної вірогідності	практичне заняття, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №1, іспит	5%
2.5	Уміти будувати ефективні й оптимальні оцінки	практичне заняття, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота	5%

			№2, іспит	
2.6	Уміти будувати довірчі інтервали	практичне заняття, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №2, іспит	5%
2.7	Уміти перевіряти статистичні гіпотези	практичне заняття, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №2, іспит	5%
2.8	Уміти оцінювати параметри, будувати прогнози та перевіряти гіпотези в регресійній моделі	практичне заняття, самостійне опрацювання	Перевірка індивідуальних завдань, самостійна аудиторна робота, контрольна робота №2, іспит	5%
3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	практичне заняття, самостійне опрацювання	активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді	5%
3.2	Вироблення навиків командної роботи	практичне заняття, самостійне опрацювання	активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді	5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни (код)	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	3.1	3.2
Програмні результати навчання (назва)																				
РН-1 - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;	+	+			+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		
РН-3 - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+
РН-4 - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;	+	+																	+	+
РН-6 - Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;																			+	+
РН-10 - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови																			+	+

виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;																				
РН-11 - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;																		+	+	
РН-12 - Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації;		+		+				+					+	+		+				+
РН-17 - Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ;	+	+		+	+	+			+	+	+	+		+	+		+	+		
РН-20 - Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних;	+			+	+			+		+	+				+			+	+	

застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією, і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних;																				
РН-22 - Володіти основними математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, базовими математичними способами інтерпретації числових даних і основними принципами функціонування природничих процесів;			+			+	+						+					+		
РН-24 - Зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій.		+						+						+						+
РН-26 - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми (РН-26);	+	+	+	+					+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		

7. Схема формування оцінки

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

- 1. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу:* РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7, РН 2.8– 8 балів/4 бали;
- 2. Модульна контрольна робота 1:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4– 20 балів/12 балів;
- 3. Модульна контрольна робота 2:* РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН1.8, РН2.5, РН2.6, РН2.7, РН2.8 –20 балів/12 балів;
- 4. Розв'язання задач на практичних заняттях:* РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7, РН2.8, РН3.1, РН3.2, – 12 балів/7 балів;

- підсумкове оцінювання: Іспит.

- *максимальна кількість балів, які можуть бути отримані:* 40 балів;
- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН1.8, РН1.9, РН1.10, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН 2.5, РН 2.6, РН 2.7, РН2.8;
- *форма проведення і види завдань:* письмова робота.

Самостійна робота передбачає активну самостійну роботу по розв'язанню задач і по формулюванню основних теоретичних положень під час практичних занять, при цьому кожен студент отримує індивідуальне завдання, яке він повинен виконати за невеликий проміжок часу (складність завдання пропорційно відведеному часу).

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів, для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на екзамені є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за екзамен не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною, тобто екзамен не зараховується.

Терміни проведення форм оцінювання:

- 1. Модульна контрольна робота №1:* на 6-му тижні 2 семестру 3-го курсу.
- 2. Модульна контрольна робота №2:* на 11-му тижні 2 семестру 2-го курсу.
- 3. Оцінювання завдань самостійної роботи* за РН2.1, РН 2.2, РН 2.3 на 3-му тижні, за РН2.4, РН 2.5, РН 2.6 на 6 тижні, за РН2.7, РН 2.8 на 12 тижні.

Форма екзамену – письмово-усна. Білет складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за екзамен

можна отримати від 0 до 40 балів.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Оцінка (за національною шкалою) / National grade	Рівень досягнень, % / Marks, %
Відмінно / Excellent	90-100%
Добре / Good	75-89%
Задовільно / Satisfactory	60-74%
Незадовільно / Fail	0-59%
Зараховано / Passed	60-100%
Не зараховано / Fail	0-59%

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекційних занять

№ теми	Назва теми	Кількість годин				
		лекції	практичні заняття	самостійна робота	модульна контрольна робота	інші форми контролю
Змістовий модуль 1 Точкове оцінювання						
1	Основи точкового оцінювання	8	6	10		
2	Оптимальність, ефективність, достатність	8	6	20	2	
Змістовий модуль 2 Статистичні гіпотези, регресія						
3	Довірчі інтервали та статистичні гіпотези	10	8	20		
4	Граничні теореми теорії ймовірностей	8	4	10	2	
	Всього годин	34	24	60	4	

Загальний обсяг **120 год**, в тому числі:

Лекцій – **34 год**.

Практичні – **24 год**.

Самостійна робота – **60 год**.

Консультації – **4 год**.

9. Рекомендовані джерела:

Основні (Базові):

1. Карташов М.В. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник для студ. вищ. навч. закл. / М.В. Карташов ; КНУТШ. – Київ : Київський університет, 2009.
2. Карташов. М. В. Ймовірність. Процеси. Статистика. К.: ВПЦ «Київський університет», 2009.
3. Й.І. Гіхман, А.В. Скороход, М.Й. Ядренко. Теорія ймовірностей і математична статистика. К.: «Вища школа», 1988.
4. В.В. Голомозий, М.В. Карташов, К.В. Ральченко. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. К.: ВПЦ «Київський університет», 2015.

Додаткові:

5. Чорней Р.К. Теорія ймовірностей і випадкові процеси : навч. посібник / Р.К. Чорней ; Нац. ун-т "Києво-Могилян. акад.". – Київ : НАУКМА, 2020.
6. Бобик О.І. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник для студ. вищ. навч. закл. / Бобик О.І., Берегова Г.І., Копитко Б.І. – Київ : Професіонал, 2007.
7. Puri M.L., Revez P. Mathematical statistics and probability theory. – Dordrecht A. – 1987.
5. Maurice Kendall M., Stewart A. The Advanced Theory of Statistics, Volume 2, 4-th Edition. – Macmillan Publishing Inc., New York, 1979..
6. Cramér H. Mathematical methods of statistics. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1999.
7. Shao Jun. Mathematical statistics: Exercises and solutions / Shao Jun. – New York : Springer, 2005. – 28,360p