

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Теорія ймовірностей  
для студентів**

|                  |                               |
|------------------|-------------------------------|
| галузь знань     | 11 «Математика та статистика» |
| спеціальність    | 111 «Математика»              |
| освітній рівень  | перший (бакалавр)             |
| освітня програма | «Математика»                  |
| вид дисципліни   | обов'язкова                   |

|   |            |
|---|------------|
| Форма навчання                          | денна      |
| Навчальний рік                          | 2021/2022  |
| Семестр                                 | 5          |
| Кількість кредитів ECTS                 | 5          |
| Мова викладання, навчання та оцінювання | українська |
| Форма заключного контролю               | іспит      |

Викладачі: Кнопова Вікторія Павлівна., д.ф.м.н., доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

Пролонговано: на 20<sup>22</sup>/20<sup>23</sup> н.р. ( ) « 21 » серпня 20<sup>22</sup> р.  
на 20 / 20 н.р. ( ) « » 20 р.

**КИЇВ – 2021**

Розробник: Кнопова В.П., д.ф.м.н., доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

\_\_\_\_\_

Мішура Ю.С.

Протокол № 11 від 22 березня 2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від “30” березня 2021 року №8

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

  
(підпис)

1. **Мета дисципліни** – ознайомлення з математичними аспектами багатовимірної статистики, параметричного і непараметричного оцінювання, точкового й інтервального оцінювання, перевірки гіпотез, багатовимірної регресії, дисперсного та факторного аналізу.

2. **Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* основи математичної статистики, лінійної алгебри та теорії ймовірностей.
2. *Вміти:* оцінювати параметри і перевіряти гіпотези в одновимірному випадку, робити елементарні операції з векторами та матрицями.
3. *Володіти елементарними навичками:* математичної статистики, лінійної алгебри та теорії ймовірностей.

3. **Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Теорія ймовірностей» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 111 Математика освітньої програми «Математика».

Дана дисципліна є обов'язковою. Дисципліна «Теорія ймовірностей» вивчає математичну теорію ймовірностей, зокрема, класичне означення ймовірності, дискретні ймовірнісні простори, аксіоматичне означення ймовірності, поняття випадкової величини, математичного сподівання та дисперсії, стандартні ймовірнісні розподіли, поняття випадкового вектора, коваріації, незалежності, граничні теореми теорії ймовірностей.

Викладається у 5-му семестрі в обсязі 150 год. (5 кредитів ECTS<sup>1</sup>) зокрема: лекції – всього 40 год, практичних-- 26 год, консультації– 2 год, самостійна робота 82 годин. У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна іпитом в восьмому семестрі.

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

**4. Завдання (навчальні цілі):** формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- 5) Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- 6) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);
- 7) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя;
- 8) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
- 9) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу;
- 10) Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- 11) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
- 12) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- 13) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
- 14) Здатність до кількісного мислення;
- 15) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- 16) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
- 17) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- 18) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
- 19) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 20) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних;
- 21) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі;
- 22) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків.

## 5. Результати навчання за дисципліною:

| Результат навчання (РН)<br>(1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність) |  | Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання | Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)   | Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни             |      |
|--|--|--|--|--|------|
| Код  | Результат навчання (Формуються розробником)  |  |  |  |      |
| <i>5 семестр</i>   |  |  |  |  |      |
| РН 1.1   | Знати аксіоматичне означення ймовірностей  | <i>Лекція, практичне заняття</i>                         | <i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>  | 2%   |      |
| РН 1.2   | Знати означення умовної ймовірності та незалежності  |  |  | 1.5%   |      |
| РН 1.3   | Знати формули повної ймовірності та Байєса   |  |  | 1.5%   |      |
| РН 1.4   | Знати граничні теореми у схемі випробувань Бернуллі  |  |  | 1.5%   |      |
| РН 1.5   | Знати означення випадкової величини  |  |  | 1.5%   |      |
| РН 1.6   | Знати означення та властивості математичного сподівання та дисперсії                                       |  | <i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>  | 1.5%   |      |
| РН 1.7   | Знати стандартні ймовірнісні розподіли та їхні числові характеристики                                      |  |  | 1.5%   |      |
| РН 1.8   | Знати основні ймовірнісні нерівності   |  |  | <i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i> | 1.5% |
| РН 1.9   | Знати різні типи збіжності послідовностей випадкових величин   |  |  |  | 1.5% |
| РН 1.10  | Знати закони великих чисел та центральну граничну теорему  |  |  |  | 1.5% |
| РН 1.11  | Знати означення та властивості характеристичної функції  |  |  |  | 1.5% |
| РН 2.1   | Вміти обчислювати ймовірність події  | <i>Практичне заняття, самостійна робота</i>              | <i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>  | 12%  |      |
| РН 2.2   | Вміти використовувати формули повної ймовірності та Баєса  |  |  | 12%  |      |
| РН 2.3   | Вміти використовувати граничні теореми у схемі випробувань Бернуллі для наближеного оцінювання ймовірності |  |  | 12%  |      |
| РН 2.4   | Вміти визначати функцію розподілу та щільність випадкової величини   |  | <i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях, іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i> | 12%  |      |
| РН 2.5   | Вміти обчислювати математичне сподівання та дисперсію  |  |  | 12%  |      |
| РН 2.6   | Вміти використовувати ймовірнісні нерівності для оцінювання математичного сподівання                       |  | <i>Розв'язання задач на практичних заняттях, іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>  | 5%   |      |
| РН 2.7   | Вміти перевіряти збіжність і визначати границю послідовності випадкових величин                            |  |  | 5%   |      |

|        |  |   |  |      |
|--------|--|---|--|------|
|        |  |   | <i>роботу</i>  |      |
| РН 3.1 | Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування                    | <i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i> | <i>Активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i> | 1,5% |
| РН 3.2 | Вироблення навиків автономної роботи і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків | <i>Лабораторне заняття, самостійна робота</i>       | <i>Активна робота лабораторних заняттях, усні відповіді</i>          | 1,5% |

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

| Результати навчання за дисципліною  | Програмні результати навчання |        |        |        |        |        |        |        |        |         |         |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|   | РН 1.1                        | РН 1.2 | РН 1.3 | РН 1.4 | РН 1.5 | РН 1.6 | РН 1.7 | РН 1.8 | РН 1.9 | РН 1.10 | РН 1.11 | РН 2.1 | РН 2.2 | РН 2.3 | РН 2.4 | РН 2.5 | РН 2.6 | РН 2.7 | РН 3.1 | РН 3.2 |
| <b>РН-1</b> - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці   | +                             | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +       | +       | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      |        |        |
| <b>РН-3</b> - Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень                               | +                             | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +       | +       | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      |        |        |
| <b>РН-4</b> - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми  | +                             | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +       | +       | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      |        |        |
| <b>РН-6</b> - Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів   | +                             | +      |        |        |        | +      | +      | +      | +      | +       | +       | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      |        |        |
| <b>РН-10</b> - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й в*ідомими моделями |                               |        | +      | +      | +      |        | +      | +      | +      | +       | +       | +      | +      | +      | +      | +      | +      |        |        |        |



- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН1.8, РН1.9, РН1.10, РН1.11, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7.

- форма проведення і види завдань: письмова робота.

## 7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту в кожному семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 5 завдань, перші три з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: на 6-му тижні навчального періоду.
2. Контрольна робота 2: на 12-му тижні навчального періоду.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

## 7.3. Шкала відповідності оцінок

|                                  |        |
|----------------------------------|--------|
| <b>Відмінно / Excellent</b>      | 90-100 |
| <b>Добре / Good</b>              | 75-89  |
| <b>Задовільно / Satisfactory</b> | 60-74  |
| <b>Незадовільно / Fail</b>       | 0-59   |

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

| теми  | Назва теми<br>5-й семестр            | Кількість годин |                   |                |                        |                     |
|---|--------------------------------------|-----------------|-------------------|----------------|------------------------|---------------------|
|   |                                      | Лекції          | Практичні заняття | Самост. робота | Контр. модульна робота | Інші форми контролю |
| <b>Змістовий модуль 1 „Аксіоматика теорії ймовірностей. Випадкові величини”</b> |                                      |                 |                   |                |                        |                     |
| 1   | Елементарна теорія ймовірностей      | 4               | 6                 | 10             |                        |                     |
| 2   | Аксіоматика теорії ймовірностей      | 6               | 4                 | 10             |                        |                     |
| 3   | Випадкові величини                   | 6               | 4                 | 10             | 1                      |                     |
| 4   | Математичне сподівання               | 4               | 6                 | 10             |                        |                     |
| 5   | Перетворення випадкових величин      | 6               | 4                 | 10             | 1                      |                     |
| <b>Змістовий модуль 2 „Випадкові послідовності та граничні теореми”</b>         |                                      |                 |                   |                |                        |                     |
| 6   | Збіжність випадкових величин         | 6               | 4                 | 16             |                        |                     |
| 7   | Граничні теореми теорії ймовірностей | 8               |                   | 16             |                        |                     |
| Всього годин за 5-й семестр   |                                      | 40              | 26                | 82             | 2                      |                     |

### ЗА НАВЧАЛЬНИМ ПЛАНОМ

**Загальний обсяг 150 годин, у тому числі:**  
**лекції – 40 годин,**  
**консультації – 2 годин,**  
**практичні заняття – 26 годин,**  
**самостійна робота – 82 години**

### 9. Рекомендовані джерела

#### Основні:

1. Карташов М.В. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник для студ. вищ. навч. закл. / М.В. Карташов ; КНУТШ. – Київ : Київський університет, 2009.
2. Гихман І.І., Скороход А.В., Ядренко М.І. Теория вероятностей и математическая статистика. – Киев, Выща школа, 1988.
3. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – ВПЦ «Київський університет», 2007.
4. Feller, W. An introduction to probability theory and its applications. I. Third edition. – New York-London-Sydney: John Wiley and Sons, 1991.

#### Додаткові:

1. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ, Видавництво ДНУ, 2006.
2. Радченко О.М. Теорія ймовірностей : навчальний посібник / О.М. Радченко ; КНУТШ. – Київ : Київський університет, 2010.
3. Varadhan S. R. S. Probability Theory. – New York University, 2000. <http://www.e-booksdirectory.com/details.php?ebook=3497>
4. Ф. Мостеллер. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями. «Наука», 1975.