

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра математичного аналізу

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи
Харитонов О.М.
«серпень» 2021 року



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія операторів та інтегральні рівняння
для студентів

галузь знань
спеціальність
освітній рівень
освітня програма
вид дисципліни

11 «Математика та статистика»
111 «Математика»
перший (бакалавр)
«Математика»
обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	7
Кількість кредитів ECTS	4
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Чайковський Андрій Володимирович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри
математичного аналізу

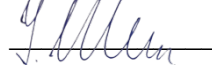
Пролонговано: на 20/21/2023 н.р. () «серпень» 2022 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2021

Розробник: Чайковський Андрій Володимирович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри математичного аналізу

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри математичного аналізу



Шевчук І.О.

Протокол №5 від 14 січня 2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від “30” березня 2021 року №8

Голова науково-методичної комісії  професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

Мета дисципліни (до 300 символів) – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями теорії операторів та інтегральних рівнянь, зокрема теорією компактних операторів, операторів Гільберта-Шмідта, теорією розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма та Вольтерри, теорією узагальнених функцій.

1. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни:

1. *Знати:* Математичний аналіз, лінійну алгебру, аналітичну геометрію, комплексний аналіз, функціональний аналіз.
2. *Вміти:* Обчислювати границі, диференціювати та інтегрувати функції однієї та багатьох змінних, досліджувати на збіжність ряди та невластні інтеграли, оперувати з матрицями та векторами в скінченновимірному просторі, досліджувати послідовності в ЛНП на сильну і слабку збіжність, знаходити норми функціоналів та операторів.
3. *Володіти елементарними навичками:* Малювати графіки функцій, розв'язувати основні типи рівнянь та систем рівнянь та нерівностей, знати базові геометричні властивості прямих та кіл.

3. Анотація навчальної дисципліни (до 700 символів):

Навчальна дисципліна «Теорія операторів та інтегральні рівняння» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «Математика». Дана дисципліна є обов'язковою. Дисципліна «Теорія операторів та інтегральні рівняння» вивчає теорію теорію компактних операторів, операторів Гільберта-Шмідта, теорію розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма та Вольтерри, теорію узагальнених функцій.

Викладається у **1 семестрі 4 курсу** в обсязі **120 год. (4 кредитів ECTS¹)** зокрема: *лекції – всього 26 год., практичні 14 год., самостійна робота – 76 год.* У курсі передбачено 2 змістових модулів, 1 модульну контрольну роботу та колоквіум. Завершується дисципліна іспитом.

Завдання (навчальні цілі):

формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- 3) Знання й розуміння математики та професійної діяльності;
- 4) Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- 5) Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- 6) Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);
- 7) Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 8) Здатність використовувати у професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
- 9) Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу;
- 10) Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- 11) Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
- 12) Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- 13) Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
- 14) Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- 15) Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
- 16) Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- 17) Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
- 18) Здатність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси;
- 19) Здатність формулювати складні задачі оптимізації та прийняття рішень й інтерпретувати їхні розв'язки в оригінальному контексті цих задач;
- 20) Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних;
- 21) Здатність розробляти експериментальні та спостережні дослідження й аналізувати дані, отримані на їх основі;
- 22) Здатність пояснювати математичними термінами результати, отримані під час розрахунків.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація.)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати основи теорії лінійних нормованих просторів	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді, колоквиум</i>	7%
РН 1.2	Знати основи теорії гільбертових просторів			7%
РН 1.3	Знати основи теорії лінійних неперервних функціоналів			7%
РН 1.4	Знати основи теорії лінійних неперервних операторів			7%
РН 1.5	Знати основні принципи функціонального аналізу			7%
РН 2.1	Вміти перевіряти аксіоми норми в лінійних просторах і збіжність в лінійних нормованих просторах	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання</i>	15%
РН 2.2	Вміти знаходити норму функціонала та перевіряти слабку збіжність			15%

			завдань, винесених на самотійну роботу	
PH 2.3	Вміти знаходити норму оператора, перевіряти різні види збіжності операторів, знаходити спряжений оператор	Практичне заняття, самотійна робота	Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях, екзамені, виконання завдань, винесених на самотійну роботу	15%
PH 2.4	Вміти знаходити обернений оператор та визначати спектр оператора			15%
PH 3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	Лекція, практичне заняття, самотійна робота	активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді	2,5%
PH 3.2.	Вироблення навиків командної роботи	Лекція, практичне заняття, самотійна робота	активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді	2,5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни		PH 1.1	PH 1.2	PH 1.3	PH 1.4	PH 1.5	PH 2.1	PH 2.2	PH 2.3	PH 2.4	PH 3.1	PH 3.2
		PH 1.1	PH 1.2	PH 1.3	PH 1.4	PH 1.5	PH 2.1	PH 2.2	PH 2.3	PH 2.4	PH 3.1	PH 3.2
Програмні результати навчання												
(з опису освітньої програми)												
PH-1 - Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці		+	+	+	+	+						
PH-3 - Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
PH-4 - Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;		+	+	+	+	+						

PH-10 - Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями ;						+	+	+	+	+	+
PH-11 - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей						+	+	+	+		
PH-24 - Зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій										+	+
PH-26 - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми						+	+	+	+	+	

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH1.5, PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4, PH3.1, PH3.2 – 6 балів/3 бали;
 2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4 – 12 балів/8 балів
 3. Модульна контрольна робота: PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4 – 18 балів/11 балів;
 4. Колоквіум: PH1.1, PH1.2 – 18 балів/10 балів;
 5. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4, PH3.1, PH3.2 – 6 балів/3 бали;
- Разом має бути 60/35

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH1.5, PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4;
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекція передбачає відповіді на запитання, що демонструють розуміння матеріалу. Самостійна робота передбачає виконання домашніх завдань. Колоквіум проводиться в час після занять в письмовій формі.²

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до

² Допускається оцінювання за допомогою технологій дистанційного навчання

семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмова. Екзаменаційний білет складається із 10 завдань, перші п’ять з яких є теоретичними, п’ять інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 4 балів. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Колоквіум: на 8-му тижні, в аудиторії, 2 години.
2. Модульна контрольна робота: на 14-му тижні.
3. Оцінювання завдань самостійної роботи за РН2.1 на 4-му тижні, за РН2.2 на 7-му тижні, за РН2.3 на 10-му тижні, за РН2.4 на 14-му тижні

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми І семестр	Кількість годин				
		Лекції	Практичні Заняття	Самост. робота	Модульна контрольна	Інші форми контролю
Змістовий модуль 1 „Компактні оператори”						
1	Властивості компактних операторів	4	2	12		
2	Спектр компактних операторів. Оператори Гільберта-Шмідта	6	4	18		Колоквіум
Змістовий модуль 2 „Інтегральні рівняння та узагальнені функції”						
3	Інтегральні рівняння з виродженим та з симетричним ядром	6	2	18		
4	Альтернатива Фредгольма	4	2	12		
5	Узагальнені функції	6	4	16	2	
Всього годин		26	14	76	2	2

**Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:
лекції – 26 години,
практичні заняття – 14 години,
консультації – 2 години,
самостійна робота – 76 години.**

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Березанський Ю.М., Ус.Г.Ф., Шефтель З.Г. Функціональний аналіз. – Львів, Видавництво І. Е. Чижиков, 2014.
2. Городній М.Ф., Константинов О.Ю., Нестеренко О.Н., Чайковський А.В. Навчальні завдання до практичних занять з функціонального аналізу. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2006.
3. Константинов О.Ю., Мішура Ю.С., Нестеренко О.Н., Чайковський А.В. Збірник задач з функціонального аналізу. Банахові простори. Гільбертові простори. Спряжені простори. Теорія операторів. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2004.

Додаткові:

1. Zemyan, Stephen M. The classical theory of integral equations. A concise treatment. Basel: Birkhäuser, 2012.
https://books.google.com.ua/books?id=PolpKk9Ii4C&printsec=frontcover&dq=Integral+equations&hl=uk&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q=Integral%20equations&f=false
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1989.
3. Kanwal, Ram P. Linear integral equations. Theory and technique. Modern Birkhäuser Classics. New York, NY: Birkhäuser, 2013.
https://books.google.com.ua/books?id=4s4RUWOM3XgC&printsec=frontcover&dq=Integral+equations&hl=uk&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q=Integral%20equations&f=false
4. Moiseiwitsch, B. L. Integral equations. Longman Mathematical Texts. London - New York: 1977.
https://books.google.com.ua/books?id=hhNeBAAAQBAJ&printsec=frontcover&dq=Integral+equations&hl=uk&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q=Integral%20equations&f=false